南京理工大学

2011 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：843　　科目名称：量子力学　　满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、简答题（请考生在下列 12 题中选作 10 题，每题 6 分，共 60 分）：

1. 一粒子的波函数为 $\psi(\vec{r})=\psi(x,y,z)$，写出粒子位于 $x\sim x+dx$ 间的几率；用球坐标表示，粒子波函数表为 $\psi(r,\theta,\varphi)$，写出粒子在球壳 $(r,r+dr)$ 中被测到的几率，及在 (θ,φ) 方向的立体角 $d\Omega$ 内找到粒子的几率；

2. 何谓正常塞曼效应？何谓反常塞曼效应？何谓斯塔克效应？

3. 问下列算符是否是厄米算符，并指明原因：

　　① $\hat{x}\hat{p}_x$　　　② $\frac{1}{2}(\hat{x}\hat{p}_x+\hat{p}_x\hat{x})$

4. 写出在 $\hat{S}^2$ 和 $\hat{S}_z$ 的共同表象中泡利矩阵的表示式。

5. 一体系由两个全同的玻色子组成，玻色子之间无相互作用。玻色子只有两个可能的单粒子态，分别为 $\phi_i(q_1),\phi_j(q_1)$ 和 $\phi_i(q_2),\phi_j(q_2)$。问体系可能的状态有几个？它们的波函数怎样用单粒子波函数构成？

6. 对一个量子体系进行某一力学量的测量值，测量结果与表示力学量算符有什么关系？两个力学量同时具有确定值的条件是什么？

7. 多粒子系的一个基本特征是什么？何谓全同粒子？

8. 下列波函数所描写的状态是否为定态？并说明其理由。

（1）、$\psi_1(x,t)=\varphi(x)e^{i\frac{E}{\hbar}t}+\varphi(x)e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$

（2）、$\psi_2(x,t)=u(x)e^{i(x-\frac{E}{\hbar}t)}+v(x)e^{-i(x+\frac{E}{\hbar}t)}$

9. 已知 $\vec{L}\times\vec{L}=i\hbar\vec{L}$，问 $\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z$ 是否一定不能同时测定？说明原因或举例说明。

10. 与自由粒子相联系的波是什么波？与经典波有何差异？

11. 若两个力学量 $\hat{A}$、$\hat{B}$ 的对易关系式为 $[\hat{A}\ \hat{B}]=i\hat{k}$，写出其测不准关系的严格表示式。

12. 写出轨道磁矩与轨道角动量的关系，自旋角动量与自旋磁矩的关系。

二 计算题（请考生在下列 7 题中任选 6 题，每题 15 分，共 90 分）

1. 由下列定态波函数计算几率流密度：

$$(1)\ \psi_1=\frac{1}{r}e^{ikr} \qquad (2)\ \psi_2=\frac{1}{r}e^{-ikr}$$

从结果说明 ψ_1 表示向外传播的球面波，ψ_2 表示向内(即向原点) 传播的球面波。

[提示： 在球坐标中 $\nabla=\vec{r}_0\frac{\partial}{\partial r}+\vec{e}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}+\vec{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}$]

2. 证明 $\psi(x,y,z)=x+y+z$ 是角动量算符 $\hat{l}^2$ 的本征值为 $2\hbar^2$ 的本征函数。

3. 证明下列对易关系 $[\hat{l}_y,\hat{l}_z]=i\hbar\hat{l}_x$ $[\hat{l}_x,\hat{p}^2]=0$。

4. 线性谐振子在初始时刻处于归一化状态：

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x)+\sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x)+c_5\psi_5(x)$$

式中 $\psi_n(x)$ 表示谐振子第 n 个定态波函数，求：

（1）系数 c_5=？；

（2）写出 t 时刻的波函数；

（3）t=0 时刻谐振子能量的可能取值及其相应几率，并求其平均值。

5.求自旋角动量在 $(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$ 方向上的投影

$\hat{S}_n=\hat{S}_x\cos\alpha+\hat{S}_y\cos\beta+\hat{S}_z\cos\gamma$ 的本征值和本征函数。

6.对于一维谐振子，取基态试探波函数形式为 $\exp(-\lambda x^2)$, λ 为变分参数。用变分法求基态能量，并与严格解比较。

[提示： $\int_0^\infty x^{2n}e^{-ax^2}dx=\frac{1\cdot3\cdot5\cdots\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$]

7.设 $|n\rangle(n=0,1,2,3,\ldots\ldots)$ 表示一维谐振子的能量本征态，且已知

$$x|n\rangle=\frac{1}{a}[\sqrt{\frac{n+1}{2}}|n+1\rangle+\sqrt{\frac{n}{2}}|n-1\rangle],\quad \alpha=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$$

（1） 求矩阵元 $\langle m|x^2|n\rangle$。

（2） 设谐振子在 t=0 时处于基态 $|0\rangle$，从 t>0 开始受微扰 $H'=x^2\exp(-2kt)$ (k 为常数，且 $k>0$)的作用，求经充分长时间 $t\to\infty$ 以后体系跃迁到 $|2\rangle$ 态的几率。