

# 苏州大学

## 二〇〇九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业名称: 理论物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学

考试科目: 高等数学 (A) 卷

一、求解如下各题 (每题 8 分, 共 40 分)

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \cdots \cos \frac{x}{2^n}$

3. 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上有定义, 且  $f(x) \neq 0$ ,  $f(xy) = f(x)f(y)$ , 试求  $f(2000)$ .

4. 设  $y = y(x)$  由方程  $xe^{f(y)} = e^y$  确定, 其中  $f$  具有二阶导数, 且  $f' \neq 1$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

5. 若  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x + e^{ax} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a^2, & x = 0 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续, 求  $a$  的值.

二、计算下列积分 (每题 8 分, 共 32 分)

1.  $\int e^{2x} (\tan x + 1)^2 dx$

2.  $\int \sin(\ln x) dx$

3.  $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x (1 - \ln x)}}$

4.  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \tan^{2009} x} dx$

注意: 答案请不要做在试题纸上.

# 苏 州 大 学

## 二〇〇九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

专业名称: 理论物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学

考试科目: 高等数学 (A) 卷

三、(13 分) 在过点  $O(0,0)$  和  $A(\pi,0)$  的曲线族  $y = a \sin x (a > 0)$  中, 求一条曲线  $L$ , 使沿曲线从  $O$  到  $A$  的积分  $\int (1+y^3)dx + (2x+y)dy$  的值最小.

四、(13 分) 计算  $\iint_{\Sigma} x^2 dydz + \frac{e^z}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$ , 其中  $\Sigma$  是由  $z = \sqrt{x^2+y^2}$  与平面  $z=1, z=2$  所围曲面的表面外侧.

五、(13 分) 求  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{3^n n!} x^n$  的和函数.

六、(13 分) 求  $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  是球面  $x^2+y^2+z^2=4$  与抛物面  $x^2+y^2=-3z$  所围成的立体.

七、求解如下微分方程: (每题 13 分, 共 26 分)

(1)  $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$

(2) 已知  $y_1 = e^{2x}$  是方程  $x^2 y'' - 2xy' - 4x(x-1)y = 0$  的一个特解, 试求方程的通解.

注意: 答案请不要做在试题纸上.