

考试科目：计算方法

得分：_____

专 业：产业经济

一、叙述和解释如下概念：离散误差，截断误差，舍入误差，误差的先驱估计和后驱估计。
(20 分)

二、假定 $d > 0$ ，以正整数，推导求 d 的 n 次方根的牛顿法迭代公式。应该再加上哪些条件才能用分半法求解。(10 分)

三、设 $\rho = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n, P_j > 0$ ($j=1, 2, \dots, n$)。证明 $\|\rho\|_p = \sum_{j=1}^n p_j |x_j|$

是 \mathbb{R}^n 中的一种向量范数。若 $P_j \geq 0$ ($j=1, 2, \dots, n$) $\|\rho\|_p$ 是向量范数吗？为什么？(10 分)

四、若矩阵 A 是可逆的，常说的 A 的条件数是什么？并说明其意义(10 分)

五、 $f(x)$ 定义在区间 $[a, b]$ 上，已知它在 $[a, b]$ 上 n 个相异点 $\{x_i\}_{i=1}^n$ 的值，证明存在唯一的次数不高于 $n-1$ 次的多项式 $p(x)$ 在 x_1, x_2, \dots, x_n 上插值于 $f(x)$ ；并给出

$$E(x) = \max_{a \leq x \leq b} |f(x) - p(x)| \quad \text{的估计。}$$

六、有哪些方法描述数值积分的精度，推导计算积分 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 的两点求积公式，使当 $f(x)$ 为三次多项式时精确成立。(10 分)

七、谈谈解常微分方程初值问题的预测校正方法的基本思想；写出二阶预测校正 PECE 方案的算法。(10 分)

八、讨论如何解下述方程组：(10 分)

九、叙述你所知道的解 $f(x)=0$ 的数值方法。(10 分)

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -4 \\ x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -6 \end{cases}$$