

考试科目 数理逻辑 得分

 专 业: 基础数学. 科学技术哲学

注意: 所有答案均写在答卷纸上.

一、(16 分) 写出与下列公式等价的合取范式和析取范式:

(1) $((\neg p) \vee q) \rightarrow r$

(2) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s$

二、(16 分) 写出与下列公式等价的前束范式:

(1) $(\exists x)(\forall y)A(x, y) \rightarrow (\exists z)B(u, z)$

(2) $((\forall x)A(x, y) \rightarrow (\exists y)(B(y)) \rightarrow (\forall x)(\forall y)C(x, y))$

三、(16 分) 设一命题演算形式系统 L 的公理为

(1) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

(2) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

(3) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

推理规则为分离规则 (假言推理), 试在该系统内证明下列公式:

(A) $\vdash ((\neg p \rightarrow p) \rightarrow p)$

(B) $\vdash (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee q)$

四、(16 分) 设一谓词演算形式系统的公理为

$$(1) \quad p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$(2) \quad (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

$$(3) \quad (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$(4) \quad (\forall x)p(x) \rightarrow p(t), \text{ 其中项 } t \text{ 对 } p(x) \text{ 的 } x \text{ 是自由的,}$$

$$(5) \quad (\forall x)(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (\forall x)q), \text{ 其中 } x \text{ 不在 } p \text{ 中自由出现。}$$

推理规则为分离规则 (假言推理), 试在该系统内证明下列公式:

$$(A) \quad |- (\forall x)(p \rightarrow q) \rightarrow ((\exists x)p \rightarrow (\exists x)q)$$

$$(B) \quad |- ((p \rightarrow (\forall x)q) \rightarrow (\forall x)(p \rightarrow q))$$

五、(18 分) 设 L 是一个相容的完全的一阶逻辑系统, A 是一个合式公式, L' 是将 A 加到 L 的公理集中得到的一个新系统, 证明 L' 是相容的当且仅当 A 是 L 的定理。

六、(18 分) 设 L 是第三题中所说的命题演算系统, A 是一个非永真的命题公式, 证明 A 不是 L 的定理。