

考试科目 高等数学丙 得分 专 业: 大气科学系各专业

(请将所有答案写在答卷纸上, 写在试卷纸上一律无效.)

一. 计算 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $y = f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 问 $f(x^2)$ 的定义域是什么?2. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 求 $f(f(f(x)))$.3. 求 $\lim_{\beta \rightarrow 0^+} \frac{\beta}{\sqrt{1-\cos\beta}}$ 4. 求 $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的间断点, 并说明这些间断点属哪一类?5. 求 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}$

二. 求导数或积分 (每小题4分, 共24分).

1. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$, 求 y' .

2. $y = \ln(\ln^2(\ln^3 x))$, 求 y' .

3. 已知 $s = 1 + te^s$, 求 $\frac{ds}{dx}$.

4. $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+8} dx$.

5. $\int \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$.

6. $\int \sin(\ln x) dx$

三. 求函数 $y = \lg x$ 的三阶麦克劳林展开式 (10分).

四. 验证: 当 $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ 时, $u = \frac{x+y}{x-y}$ 的极限不存在. (x, y) 以怎样的方式趋于 $(0, 0)$ 时, 能使
(a) $\lim u = 1$, (b) $\lim u = 2$? (6分).

考试科目 高等数学丙 得分

专 业: 大气科学系各专业

五. 证明: 方程 $ax + by + cz = F(x^2 + y^2 + z^2)$ (F 是任意的可微函数) 所定义的函数 $z = z(x, y)$ 满足关系式

$$(cy - bz) \frac{\partial z}{\partial x} + (az - cx) \frac{\partial z}{\partial y} = bx - ay. \quad (10 \text{ 分}).$$

六. 计算 $\iiint_{\Sigma} (x^2 + y^2) d\sigma$, Σ 为曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及平面 $z = 1$ 所围立体的表面. (10 分)

七. 若 $x + y = 1$, 求函数 $z = xy$ 的极值. (10 分)

八. 求 $y'' - y = 4xe^x$ 满足初值条件 $y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 1$ 的特解. (10 分)