

南京大学 2002 年攻读硕士学位研究生入学考试试题(三小时)

考试科目名称及代码 量子力学 7-803

适用专业:

理论物理, 粒子物理与原子核物理, 微电子学与固体电子学, 凝聚态物理, 光学

注意:

1. 所有答案必须写在“南京大学研究生入学考试答题纸”上, 写在试卷和其他纸上无效;
2. 本科目 ~~允许~~ / 不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

一. 一维自由粒子的状态由波函数 $\psi(x) = \sin^2 kx + \frac{1}{2} \cos kx$ 描述。求粒子的动量平均值和动能平均值。 (20')

二. 粒子被约束在半径为 r 的圆周上运动

- 1) 设立“路障”进一步限制粒子在 $0 < \varphi < \varphi_0$ 的一段圆弧上运动, 即

$$V(\varphi) = \begin{cases} 0, & 0 < \varphi < \varphi_0 \\ \infty, & \varphi_0 < \varphi < 2\pi \end{cases}, \text{ 求解粒子的能量本征值和本征函数}$$

- 2) 设粒子处在上述情形的基态, 现突然撤去“路障”, 问撤去“路障”后, 粒子仍然处在最低能量态的几率是多少? (20')

提示: 在柱坐标系下 $\nabla^2 u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$

三. 设算符 $\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a}$ 且 $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$, 证明: 如果 ψ 是 \hat{N} 的本征函数, 对应的本征值为 λ , 那么, 波函数 $\psi_1 = \hat{a} \psi$ 也是 \hat{N} 的本征函数, 对应的本征值为 $\lambda - 1$, 而波函数 $\psi_2 = \hat{a}^+ \psi$ 也是 \hat{N} 的本征函数, 对应的本征值为 $\lambda + 1$ 。(20')

四. 一个粒子在二维无限深势阱 $V(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 < x, y < a \\ \infty & \text{elsewhere} \end{cases}$ 中运动, 设加上微

扰 $H_1 = \lambda xy$ ($0 < x, y < a$) 求基态和第一激发态的一阶能量修正 (20')

五. 若电子处于 \hat{S}_z 的本征态, 试证在此态中, \hat{S}_y 取值为 $\frac{\hbar}{2}$ 或 $-\frac{\hbar}{2}$ 的几率各为 $\frac{1}{2}$
(20')