

1、设工厂现有机床 A_1, A_2, \dots, A_n , 其中机床 A_i 的位置坐标为 (a_{i1}, a_{i2}) 。现需安装一台新的机床，要求满足下列条件 1), 2), 3)，试建立求新机床坐标位置的数学模型：(10%)

- 1) 使新机床到现有各机床的距离之和最小；
- 2) 新的机床到机床 A_i 的距离不超过 b_i , $i=1, 2, \dots, n$;
- 3) 新的机床必须安装在矩形 $[v_1, u_1; v_2, u_2]$

(其中点 $x=(x_1, x_2)$ 和 $y=(y_1, y_2)$ 的距离定义为 $|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$)

2、判断下列说法是否正确，为什么？(12%)

- 1) 若原问题不存在有界最优解，则对偶问题一定无可行解；
- 2) 若原问题无可行解，则对偶问题一定也可行解；
- 3) 若原问题存在最优解，则对偶问题一定也存在最优解。

3、将下面的线性规划问题化为标准型(10%)

$$\text{Max } x_1 - 3x_2 + 4x_3$$

$$\text{s. t. } x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \leq 3$$

$$0 \leq x_2 \leq 3$$

$$0 \leq x_3 \leq 6$$

4、用图解法求解下列线性规划问题：(13%)

$$\text{Max } 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s. t. } 2x_1 - x_2 \geq -2$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

若将目标函数改为 $\text{Min } x_1 - x_2$, 其解如何？

5、求解下列线性规划问题：(15%)

$$\text{Min } f(x) = x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4$$

$$\text{s. t. } x_1 - x_2 - 2x_3 = 2$$

$$-x_2 - 2x_3 + x_4 = -2$$

$$x_i \geq 0, i=1, 2, 3, 4$$

并求出使最优基保持不变时， c_i 和 b_i 的允许变化范围。

6、写出如下线性规划问题的对偶问题。(15%)

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\text{s. t. } x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

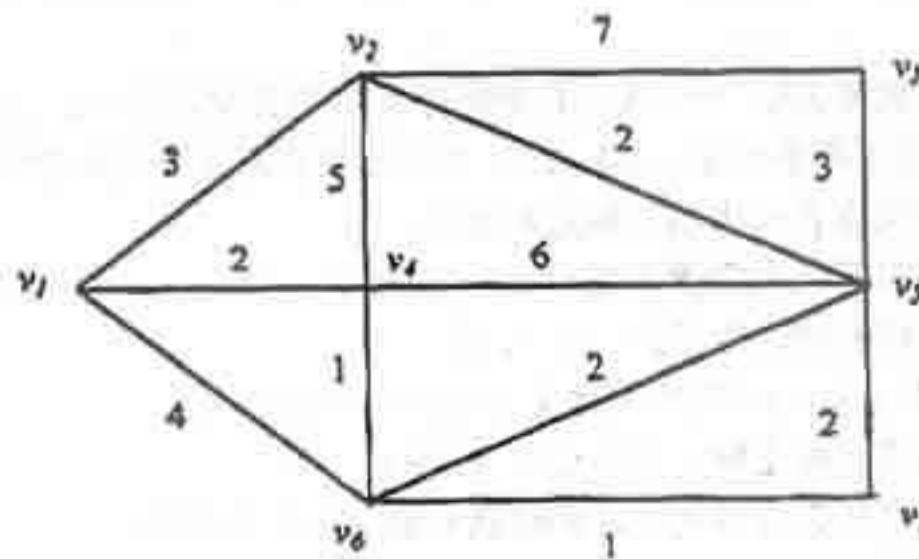
$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$$

$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3$ 无符号限制

并利用弱对偶性说明 Z 的最大值不超过 1

7. 求从 v_1 到其它各点的最短链及长度 (要求写出计算过程): (15%)



8. 判断如下容量网络上的可行流是否为最大流, 并说明理由。 (10%)

