

南京大学 2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题(三小时)

考试科目名称及代码 量子力学 328

适用专业: 理论物理、凝聚态物理

注意:

- 1、 所有答案必须写在“南京大学研究生入学考试答题纸”上, 写在试卷和其他纸上无效;
- 2、 本科目不允许使用无字典存储和编程功能的计算器;
- 3、 本试卷共计有 6 题, 每题均为 30 分。考生须从中选作 5 题, 并在答题纸首页显要位置注明所选作题目的题号。做 6 题者按得分最低的 5 题计分。

一、一个质量为 μ 的粒子处于一维谐振子势 $V(x) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2$ 中运动, ω 为该谐振子的本征振动频率。如果 $t=0$ 时,

该粒子处于态 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{3}}\psi_0(x) + c\psi_2(x)$, 其中 $\psi_0(x)$

和 $\psi_2(x)$ 分别为一维谐振子的基态和第二激发态的能量本征波函数, c 为待定常数且 $c > 0$ 。

- 1) 根据归一化条件, 求待定常数 c ; (5 分)
- 2) 求 t 时刻粒子所处的状态 $\psi(x,t)$; (5 分)

- 3) 求测量粒子的能量所能得到的可能值和测到这些值的几率; (10分)
- 4) 求粒子能量的平均值; (5分)
- 5) 若在 $t=\tau$ 时刻, 粒子所处的势场突然变为 $V'(x) = \frac{1}{3}\mu\omega^2 x^2$, 求粒子在 τ 时刻处于新的势场 $V'(x)$ 的第一激发态的几率。 (5分)

二、一根长为 l 的无质量的绳子一端固定, 另一端系质点 m 。在重力作用下, 质点在竖直平面内摆动,

- 1) 写出质点运动的哈密顿量; (10分)
- 2) 在小角近似下求系统能级; (10分)
- 3) 求由于小角近似的误差而产生的基态能量的最低阶修正。 (10分)

提示: 质量为 m , 本征频率为 ω 的一维谐振子的基态波函数

数为 $\psi_0(x) = C \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2\right)$, 其中 C 是归一化常数,

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}; \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}。$$

三、质量为 μ 的粒子从左向右作一维运动, 穿越了一个宽度

$$\text{为 } a, \text{ 高度为 } V_0 \text{ 的一维方势垒 } V(x) = \begin{cases} 0 & |x| > a/2 \\ V_0 & |x| < a/2 \end{cases}。$$

设粒子的能量 $E > V_0$ 。试求发生共振透射 (即透射系数为 1) 的条件。 (30分)

南京大学 2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (三小时)

考试科目名称及代码 量子力学 328

适用专业: 理论物理, 凝聚态物理

注意:

1. 所有答案必须写在“南京大学研究生入学考试答题纸”上, 写在试卷和其他纸上无效;
2. 本科目 允许 / 不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

四、两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子组成的系统由哈密顿量

$$H = A(S_{1z} + S_{2z}) + B\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \text{ 描述, 其中 } \vec{S}_1 \text{ 和 } \vec{S}_2 \text{ 分别是两个}$$

粒子的自旋, 而 S_{1z} 和 S_{2z} 则分别是这两个粒子自旋的 z

分量, A 和 B 是实常数。求该哈密顿量的所有能级。

(30 分)

五、一个质量为 μ , 带电荷为 q 的粒子, 束缚在宽度为 a 的

$$\text{一维无限深势阱 } V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a/2 \\ +\infty & |x| > a/2 \end{cases} \text{ 中运动。如果在}$$

入射光的照射下, 该粒子能在不同能级间发生电偶极辐射跃迁, 求跃迁的选择规则。

(30 分)

六、两个粒子被束缚在一个边长为 $a > b > c$ 的长方体盒子中运动, 粒子间的相互作用势能为 $V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = A\delta(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ 可以

作为微扰, 其中 \vec{x}_1 和 \vec{x}_2 分别为两个粒子的坐标, A 为实常数。分别就以下两种情形求体系的最低能量态的能量, 要求准至 A 的一次方。

- 1) 两个粒子为自旋为零的全同玻色子; (15 分)
- 2) 两个粒子为自旋 $\frac{1}{2}$ 的全同费密子, 且这两个粒子的自旋平行 (即总自旋为1)。 (15 分)