4.28. 王南已取入

南京大学 2004 年攻读硕士学位研究生入学考试试题(三小时)

考试科目名称及代码 高等数学乙 336

适 用 专 业： 天体物理，天体测量与天体力学.

注意：

1. 所有答案必须写在“　　　研究生入学考试答题纸”上，写在试卷和其他纸上无效；
2. 本科目[redacted]/不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

一. 填空(每小题5分. 共30分).

1. $y=(x-\frac{1}{x})e^{\frac{\pi}{2}+\arctan(x^2)}$ 的斜渐近线为____.

2. $\int\frac{x^2}{1-x^4}dx=$____.

3. $f(x-y,y-z)=0$，f 二阶偏导数连续. $\frac{\partial z}{\partial x}=$__. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$__.

4. Σ: $x^2+y^2+z^2=a^2$ ($z\geq 0$). 上侧. $\iint\limits_{\Sigma}\sqrt{z}\,dxdy=$____.

5. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, $A^{-1}=$__. $A^{*}=$____.

二. (15分).
$$f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1+x)}{x}, & x>0,\\ A, & x=0.\\ x^2\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{2}x+1, & x<0.\end{cases}$$

1) A 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 连续；2) 求 $f'(x)$；3) 讨论 $f'(x)$ 在 $x=0$ 的连续性.

三. (15分). 设 $x\to 0$ 时，$f(x)=\frac{e^x}{1+x}+x\ln(1-x)+\cos x+a+bx+cx^2$ 为3阶无穷小，求 a,b,c. 并求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^3}$.

四.(15分). 设$f(x)$在$[0,1]$上连续,在$(0,1)$内可导,$f(0)=0$,$f(1)=0$,$\max\limits_{x\in[0,1]} f(x)=1$,1)求证:存在$\xi\in(0,1)$使得$f(\xi)=\xi$;2)求证:存在$\eta\in(0,1)$,$\eta\neq\xi$ 使得$f'(\eta)=f(\eta)-\eta+1$.

五.(15分) 设Ω:$a^2\le x^2+y^2+z^2\le 2az$,求

$$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)\,dV.$$

六.(15分) 设Γ:$y=\sin x$上自$(0,0)$到$(\pi,0)$的一段弧,求

$$\int\limits_{\Gamma}\left(\frac{x}{1+x^4}+y\cos(xy)\right)dx+x(x+\cos(xy))\,dy.$$

七.(15分) 1)判别级数$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+(-1)^n}$的敛散性(绝对收敛,条件收敛,发散?);2)求$\frac{1}{(1-x)^2}$关于$x$的幂级数展式.

八.(15分) 用正交变换将二次型

$$f(x,y,z)=5(x^2+y^2+z^2)-4(yz+zx+xy)$$

化为标准形.

九.(15分) 设$A=(a_{ij})$为n阶不可逆矩阵,a_{ij}的代数余子式为A_{ij},其中$A_{11}\neq 0$,A的伴随矩阵为A^*,求线性齐次方程组$A^*x=0$的通解(要说出理由).