

南京大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题(三小时)

考试科目名称及代码 理论力学 812
适用专业: 天体测量与天体力学

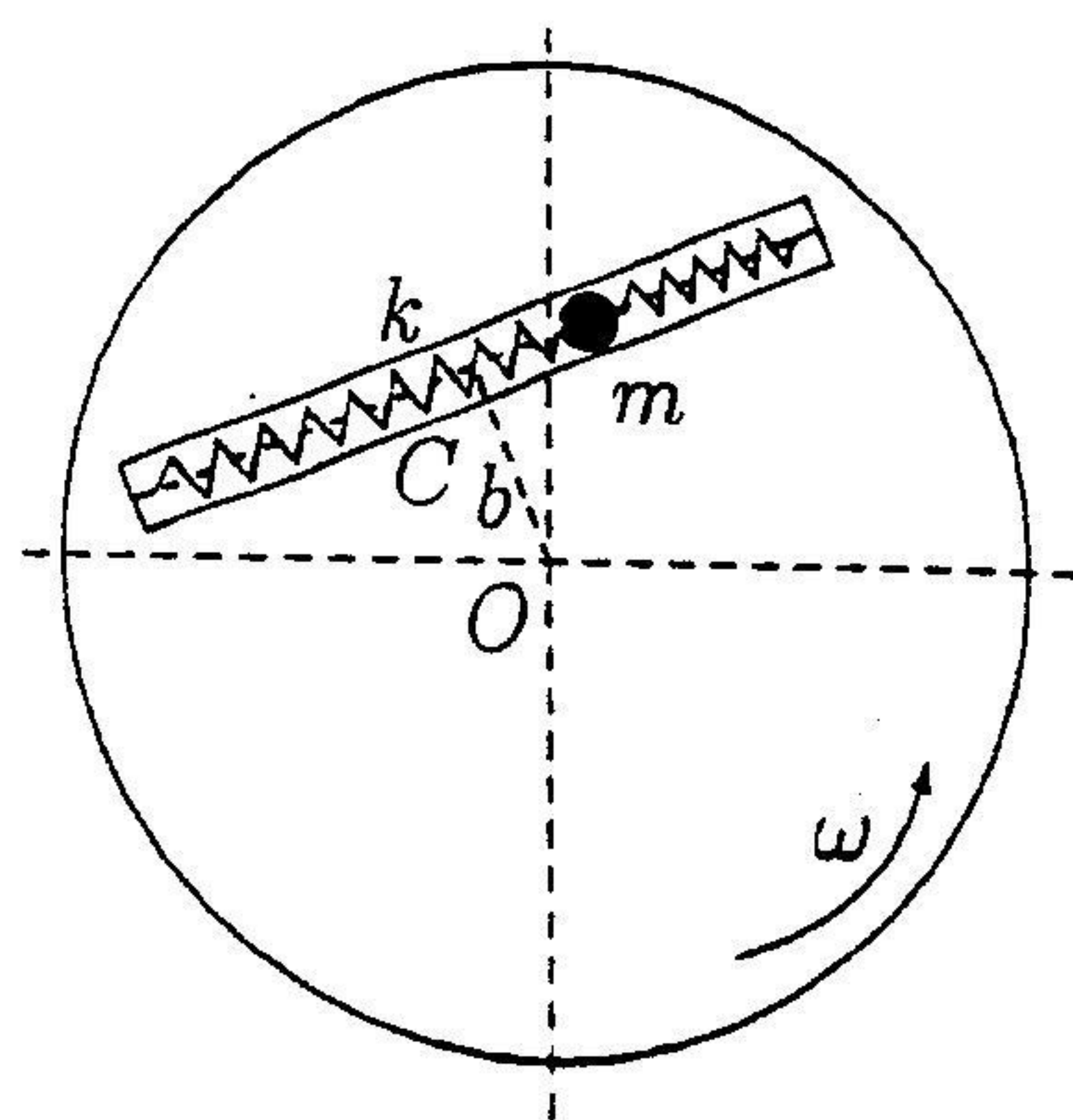
注意:

1. 所有答案必须写在研究生入学考试答题纸上, 写在试卷和其他纸上无效;

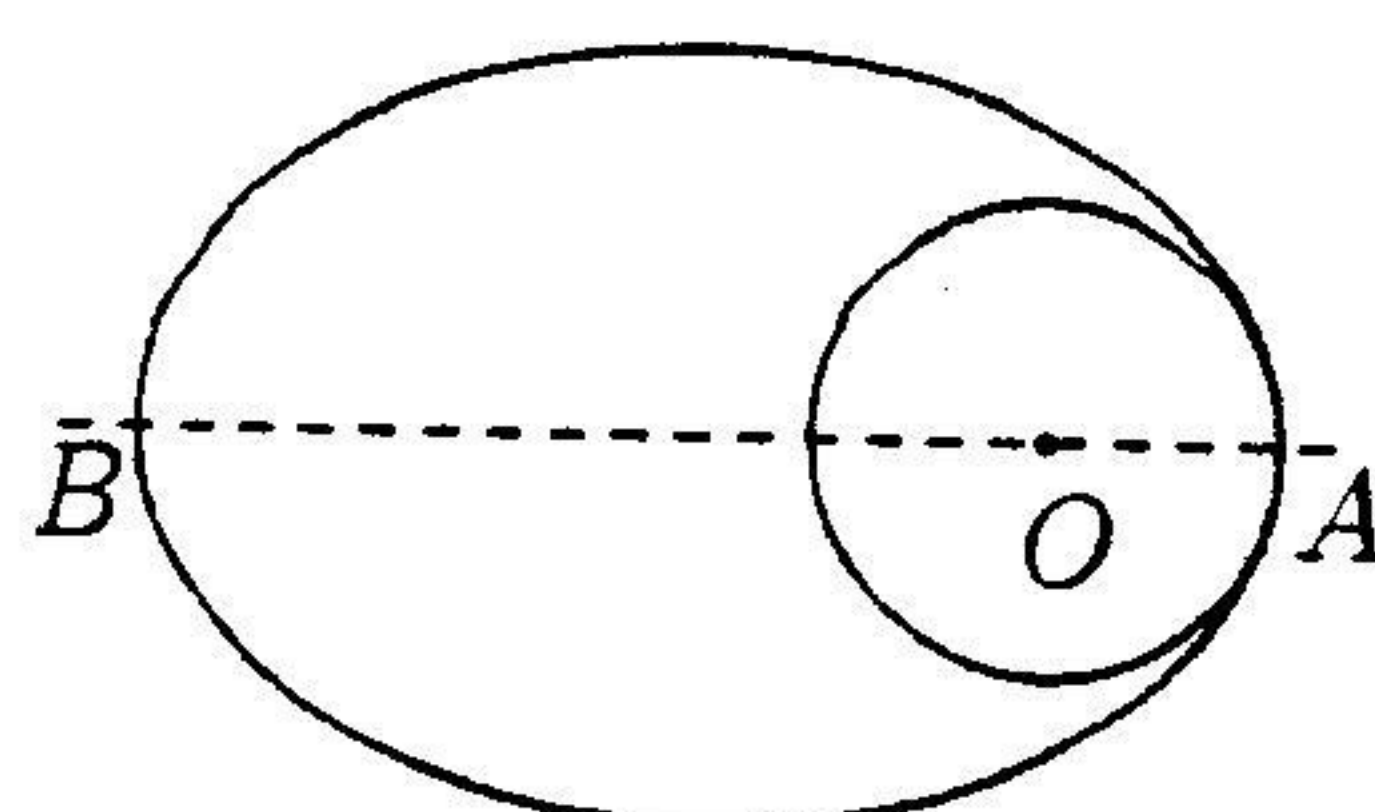
2. 本科目 不允许使用无字典存储和编程功能的计算器。

说明: 本试卷共 5 题, 总分 150 分, 各题分数标在题前. 解题时写出必要的步骤.

一. (30 分) 如题 1 图所示, 质量为 m 的滑块可在圆盘上的光滑直槽内自由运动. 圆盘以匀角速度 ω 绕过其中心 O 的轴在水平面内转动. 直槽离轴 O 的距离为 b . 当圆盘静止时, 滑块位于直槽中点 C , 且弹簧处于自然状态. 弹簧的弹性系数均为 k , 自然长度为 a . (i) 当 $\omega^2 < \frac{2k}{m}$ 时, 求滑块相对于圆盘的运动规律. (ii) 在 (i) 相同的条件下, 求在任意位置直槽对滑块的约束力. (iii) 当 $\omega^2 \geq \frac{2k}{m}$ 时, 求滑块相对于圆盘的运动规律. 设 $t = 0$ 时, 滑块位于直槽的中点 C 且有向右侧运动的速度 v_0 .



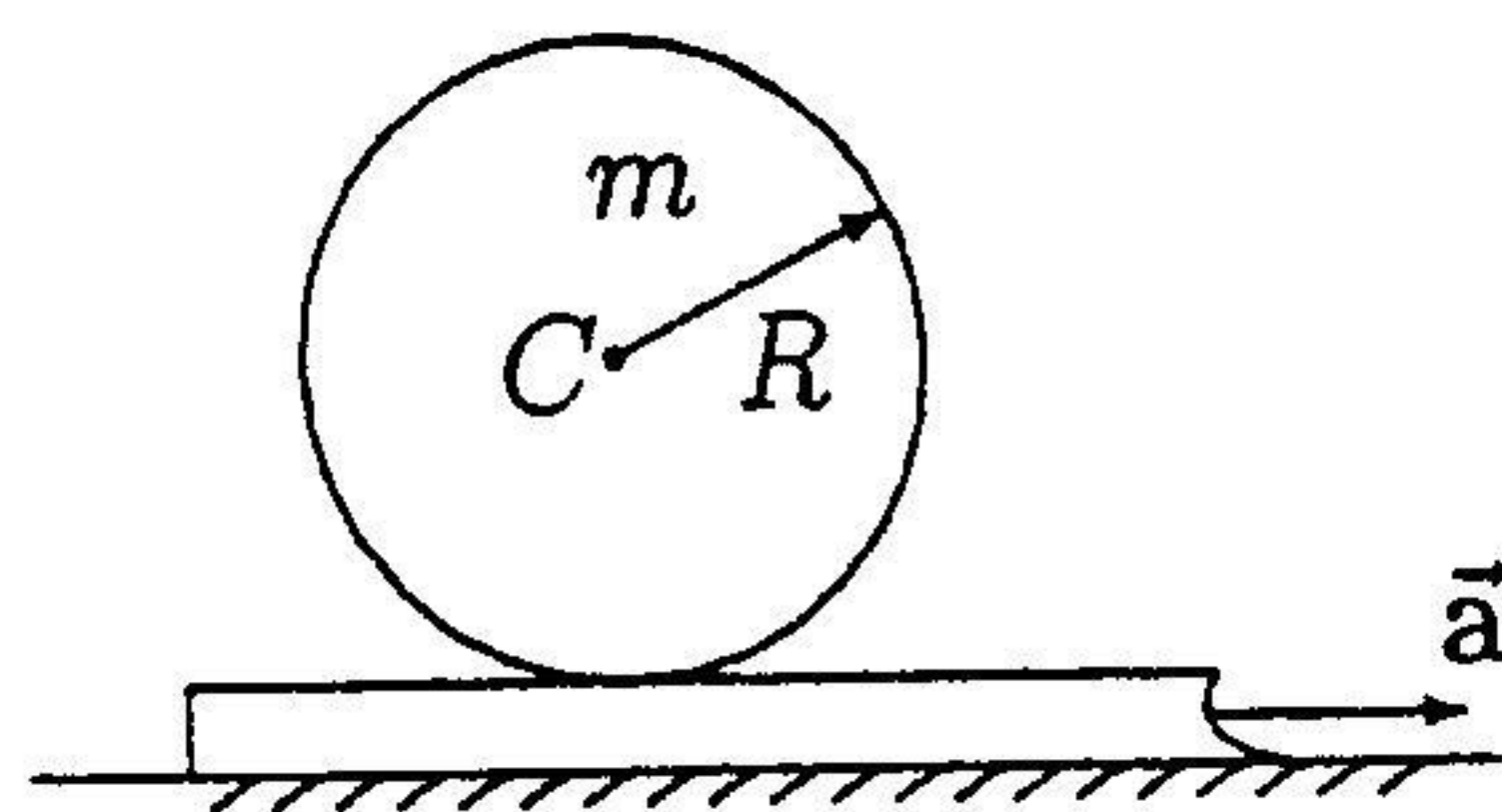
题 1 图



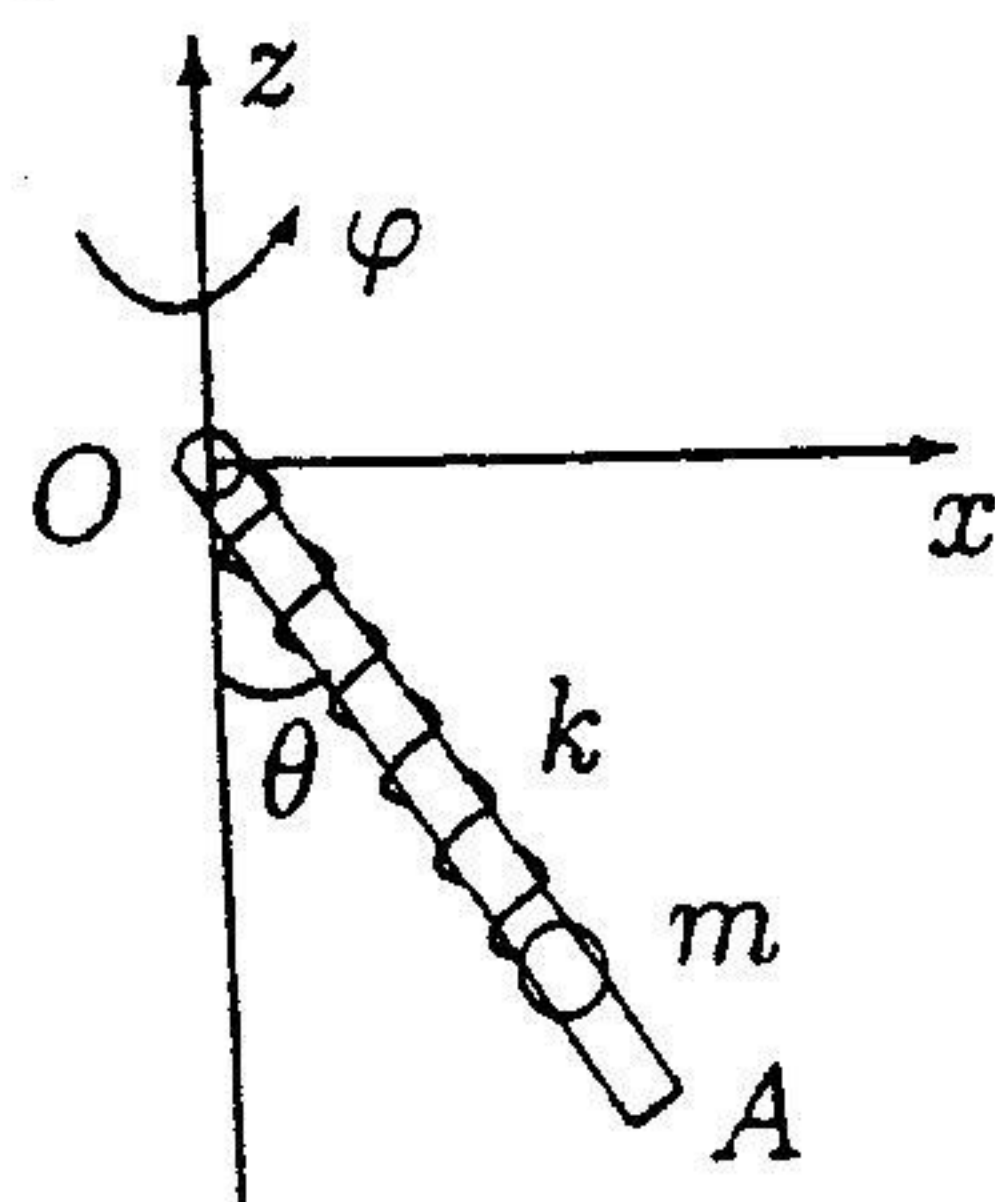
题 2 图

二. (30 分) 宇宙飞船质量为 m , 它绕中心位于 O 点的一行星沿半径为 R 的圆轨道飞行, 飞行速率为 v_0 . 在圆轨道上的 A 点对飞船实施变轨后, 它将沿通过 B 点的椭圆轨道运动 (见题 2 图). B 点位于以 O 为圆心, 半径为 $3R$ 的圆周上. 如仅考虑行星对飞船的引力而忽略其它星体的作用力, 则 (i) 求出椭圆轨道的轨道方程. (ii) 飞船在 A 点变轨过程中, 它的速度的变化是多少? (iii) 求飞船从 A 点运动到 B 的时间.

三. (30 分) 在水平放置的平板上有一半径为 R 质量为 m 的匀质圆柱体. 假定用力拉动平板使其具有水平方向的加速度 a (见图 3 图), 而同时保证圆柱体沿平板作无滑滚动. 试求 (i) 圆柱体的转动角加速度和质心加速度; (ii) 圆柱体和平板之间的摩擦力.



题 3 图



题 4 图

四. (30 分) 一质量为 M , 长为 $2l$ 的匀质杆 OA 可绕固定点 O 在竖直平面内摆动, 设杆与 O 的连接是光滑的. 另有一质量为 m 的小圆环用一根自然长度为 l , 弹性系数为 k 的轻弹簧连于 O 并套在杆上 (见图 4 图). 小圆环可沿杆无摩擦的滑动. 如果系统绕通过 O 点的垂直轴转动. (i) 写出系统的拉格朗日函数. (ii) 求出系统的运动微分方程. (iii) 系统是否有运动积分 (第一积分)? 如有, 写出运动积分的表示式并说明其物理含义.

五. (30 分) 质点在势场 $V = \frac{a}{r^2} - \frac{bz}{r^3}$ 中运动, r 为质点位矢长度, z 是位矢的 z 分量, a 和 b 是常数. (i) 写出球坐标系中系统的哈密顿函数. (ii) 求系统的哈密顿特性函数 W (在结果中保留积分).