上海师范大学 2003 年硕士研究生入学考试试题

专业 计算机软件与理论，计算机应用技术

考试科目 高等数学（348）

一．选择题（每小题 2 分，共计 20 分）

1．设 $f(x)=\begin{cases} e^x, x<0 \\ a+x, x\geq 0 \end{cases}$，要使 f(x)在 x=0 处连续，则 a =（　　）

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. −1

2．函数 $f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}, x\neq 0 \\ \frac{1}{2}, x=0 \end{cases}$ 在 x=0 处（　　）

A. 不连续　　B. 连续但不可导
C. 连续且仅有一阶导数　　D. 连续且有二阶导数

3．设 f(x)在区间[$a,+\infty$]上二次可微，且

$f(a)=A>0, f'(a)<0, f''(x)\leq 0(x>a)$,

则方程 f(x) = 0 在[$a,+\infty$]上（　　）

A. 没有实根　　B. 有重实根
C. 有无穷多个实根　　D. 有且仅有一个实根

4．设 $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin(x^2y)}{xy}, xy\neq 0 \\ x, xy=0 \end{cases}$，则 $f_x(0,1)=$（　　）

A. 1　　B. 0　　C. 2　　D. 不存在

5．二元函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0)\\ 0,(x,y)=(0,0)\end{cases}$，

在点（0，0）处（　　）。

A．连续、偏导数存在　　B．连续、偏导数不存在

C．不连续、偏导数存在　　D．不连续、偏导数不存在

6．更换积分次序 $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$，则 I＝（　　）

A．$\int_1^0 dy\int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx$　　B．$\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^1 f(x,y)dx$

C．$\int_1^0 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^1 f(x,y)dx$　　D．$\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{2y-y^2}}^1 f(x,y)dx$

7．设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin(t^2)dt, g(x)=x^3+x^4$, 则当 $x\to 0$ 时，

$f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　　）

A．等价无穷小　　B．同阶但非等价无穷小

C．高阶无穷小　　D．低阶无穷小

8．设 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x},x\neq 0,\\ f(0),x=0\end{cases}$

其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f'(0)\neq 0, f(0)=0$，

则 $x=0$ 是 $F(0)$ 的（　　）

A．第一类间断点　　B．连续点

C．第二类间断点　　D．连续点或间断点不定

上海师范大学 2003 年硕士研究生入学考试试题

9. 设 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n 2^n$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$（　　）

A. 条件收敛　　B. 绝对收敛
C. 发散　　D. 敛散性不定

10. 微分方程 $xdy - ydx = y^2 e^y dy$ 的通解是（　　）

A. $y = x(e^x + C)$　　B. $x = y(e^y + C)$

C. $y = x(C - e^x)$　　D. $x = y(C - e^y)$

二. 填空题（每小题 5 分，共计 50 分）

1. 设 $\lim_{x \to -1} \frac{x^3 - ax^2 - x + 4}{x+1}$ 有有限极限值 L，则 a =（　　），L =（　　）.

2. $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx =$（　　）

3. 已知 f(x)在($-\infty, +\infty$)上连续，且 f(0) = 2，且设

$F(x) = \int_{\sin x}^{x^2} f(t)dt$，则 $F'(0) =$（　　）

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n3^n}$ 的收敛区间是（　　）

5. 函数 $f(x) = e^{|x|}$ 在[$-\pi, \pi$]的傅立叶级数为

（　　　　　　　　　　）

6. 幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n(n+1)} x^n$ 在其收敛区间上和函数

S(x) =（　　　　　　　　）

7．微分方程$\begin{cases} y' + \sin(2x - y) = \sin(2x + y) \\ y\Big|_{x=\frac{\pi}{8}} = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

的特解是（　　　　　　　　　　　　　）

8．已知$x \to 0$时，$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$与$\cos x - 1$是等价无穷小，则常数$a =$（　　　　）

9．设函数$y = y(x)$是由方程$e^{x+y} + \cos(xy) = 0$所确定的，

则$\dfrac{dy}{dx} =$（　　　　　　　　　　）

10．设$f(x)$是周期为2的周期函数，它在$(-1,1]$上定义为

$$f(x) = \begin{cases} 2, -1 < x \le 0, \\ x^3, 0 < x \le 1, \end{cases}$$

则$f(x)$的傅里叶级数在$x = 1$处收敛于（　　　　）

三．计算题（每小题10分，共计80分）

1．讨论a, b为何值时，才能使函数

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b, x \le 0, \\ arctg(ax), x > 0 \end{cases}$$

在$x = 0$处是连续且可导的。

2．求$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{|\sin\theta| d\theta}{(1 - 2r\cos\theta + r^2)} d\theta$

上海师范大学2003年硕士研究生入学考试试题

3．求微分方程的通解

$y''+y'=\cos^2 x+e^x+x^2$.

4．求级数的和函数

$S=\sum(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n})x^n,(|x|<1)$.

5．计算曲面积分

$\iint\limits_{\Sigma}(x^3+az^2)dydz+(y^3+ax^2)dzdx+(z^3+ay^2)dxdy$

其中Σ为上半球面$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$的上侧。

装

订

线

6．设$y=f(x),(x\geq 0)$连续可微，且$f(0)=1$。现已知曲线

$y=f(x)$，x轴，x轴上过O点与x点的垂线所围成的图形的

面积值与曲线$y=f(x)$在$[0,x]$上的一段弧长值相等，求$f(x)$。

7．设函数$f(x)$连续，$F(t)=\iiint\limits_{\Omega}[z^2+f(x^2+y^2)]dxdydz$，

其中$\Omega: x^2+y^2\leq t^2, 0\leq z\leq h$.求$\frac{dF}{dt}$.

8．设函数$f(x)$在闭区间$[a,b]$上具有二阶导数，且

$f'(a)=f'(b)=0$。

试证：在(a,b)内至少存在一点ξ，使

$|f''(\xi)|\geq 4\left|\frac{f(b)-f(a)}{(b-a)^2}\right|$成立。