

## 2004 年上海理工大学硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学 准考证号: 得分: \_\_\_\_\_

1. 试求室温  $T = 27^\circ\text{C}$  时氦原子的 de Broglie 波长。(15 分)
2. 设一个量子力学体系处于一个任意状态  $\psi$ 。证明如果两个力学量  $\hat{F}$  和  $\hat{G}$  可同时测定, 则这两个力学量是可对易的。(15 分)
3. 设力学量  $\hat{F}$  在自身表象中有非简并的分立本征值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ , 相应的归一化本征函数为  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ 。试求当体系处于任意状态  $\psi$  时, 测得该力学量的平均值及该力学量为  $\lambda_n$  的几率。(30 分)
4. 设一个量子力学体系处于  $\psi(x) = a \sin x$  状态。试求: (1) 势能平均值  $\bar{U} = \frac{1}{2} m \omega^2 \overline{x^2}$ ; (2) 动能平均值  $\bar{T} = \frac{\overline{p^2}}{2m}$ ; (3) 动量的几率分布函数。(30 分)
5. 证明角动量算符满足  $\hat{\vec{L}} \times \hat{\vec{L}} = i\hbar \hat{\vec{L}}$  及对易关系  $[\hat{L}_i, \overline{L^2}] = 0$ ; 并求出角动量分量  $\hat{L}_x$  和  $\hat{L}_y$  的测不准关系。(30 分)
6. 已知在  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同表象中, 算符  $\hat{L}_x$  矩阵为  $L_x = \frac{\sqrt{2}\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 。试求其本征值和归一化的本征函数, 并将该矩阵对角化。(30 分)