

2005 年上海理工大学硕士研究生入学考试试题

考试科目: 概率论与数理统计 准考证号: _____ 得分: _____

一、设 A, B 均为随机事件, 且 $P(A) > 0$, 写出乘法公式

$$P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (10 \text{ 分})$$

二、假设 B_1, B_2, \dots, B_n 两两互斥, $\bigcup_{i=1}^n B_i = S$, $P(B_1)P(B_2) \cdots P(B_n) > 0$,

对任一事件 A , 写出全概率公式 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (10 \text{ 分})$

三、设 X 的分布密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

证明当 $s > 0, t > 0$ 时, 有 $P\{X > s+t\} = P\{X > s\}P\{X > t\}. \quad (10 \text{ 分})$

四、设 X 的分布密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi} x} e^{-\frac{1}{2}(\ln x)^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $Y = \ln X$ 的分布密度函数. (20 分)

五、设 A 为随机事件,

(1) 定义随机变量 X , 使得 X 的数学期望 $EX = P(A). \quad (10 \text{ 分})$

(2) 求 $P(A)$ 的矩估计. (10 分)

六、设总体 X 的分布密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x-\theta|}$, $x_1 < x_2 < x_3$ 为已知的样本观察值, 求 θ 的极大似然估计. (20 分)

七、设 X 为一个总体, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的样本, 若 $EX = \mu$,

$0 < DX = \sigma^2 < +\infty$, 证明 \bar{X} 为 μ 的相合估计. (20 分)

八、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 2.3, 1.5, 2.0, 1.8, 1.4 为已知的样本观察值, 给定 $\alpha = 0.05$,

(1) 试检验原假设 $H_0: \mu = 1.8$. (20 分)

(2) 求 μ 的置信区间. (20 分)

附表:

| | | |
|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| $Z_{0.025}=1.96$ | $Z_{0.05}=1.645$ | $t_{0.025}(4)=2.7764$ |
| $t_{0.025}(5)=2.5706$ | $t_{0.05}(4)=2.1318$ | $t_{0.05}(5)=2.0150$ |
| $\chi^2_{0.025}(4)=11.143$ | $\chi^2_{0.025}(5)=12.833$ | $\chi^2_{0.05}(4)=9.488$ |
| $\chi^2_{0.05}(5)=11.071$ | $\chi^2_{0.95}(4)=0.711$ | $\chi^2_{0.95}(5)=1.145$ |