

71

华东理工大学二〇〇〇年研究生(硕士、~~博士~~)入学考试试题
(试题附在考卷内交回)

考试科目号码及名称: 514 计算方法

第 / 页 共 / 页

说明: 允许使用计算器

1 (12 分) 设函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 取 $x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144$

作为插值节点, 用二次牛顿插值多项式求 $\sqrt{115}$ 的近似值,
并用插值余项估计其误差。

2 (12 分) 设 $R_n(x)$ 是最高次项系数为 1 的 n 次勒让德多项式,

$Q_n(x)$ 是任意一个最高次项系数为 1 的 n 次多项式,

求证: $\|R_n(x)\|_2 \leq \|Q_n(x)\|_2$, 其中范数 $\|f(x)\|_2 = (\int_{-1}^1 f^2(x) dx)^{\frac{1}{2}}$ 。

3 (12 分) 若 $f''(x) < 0$, 证明用梯形公式计算积分 $\int_a^b f(x) dx$ 所得结果比准确值小。

4 (12 分) 证明一阶常微分方程初值问题的求解分式

$$y_{n+1} = -4y_n + 5y_{n-1} + h(4y'_n + 2y'_{n-1})$$

是三阶的, 并求出局部截断误差的首项。

5 (13 分) 取步长 $h = \frac{1}{2}$, 用差分法解二阶常微分方程边值问题

$$\begin{cases} y'' - (1+x^2)y = -1 \\ y(-1) = y(1) = 0 \end{cases}$$

6 (13 分) 用牛顿法求方程 $x^3 - 15x + 4 = 0$ 在 4 附近的根, 取

迭代初值 $x_0 = 4$ 迭代 3 次。

7 (13 分) 设 n 阶矩阵 A 可以分解为 $A=LU$, 其中 L 为下三角阵,
 U 为单位上三角阵, 导出计算 L 和 U 的元素的算法。

8 (13 分) 已知

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

用幂方法求模最大的特征值和相应的特征向量, 取初始

迭代向量 $v_0 = [1, 1, 1]^T$, 迭代 7 次。