

华东理工大学二〇〇一年研究生（硕士、博士）入学考试试题

（试题附在考卷内交回）

考试科目号码及名称：462-量子力学

第 1 页 共 2 页

1. 试证明一守恒量的几率分布不随时间发生变化。

2. 设算符 A 、 B 与它们的对易子 $[A, B]$ 都对易，证明

$$[A, B^n] = nB^{n-1}[A, B]$$

3. 设氢原子处在

$$\psi(r, \theta, \phi) = R_{32}(r)Y_{21}(\theta, \phi) + R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \phi)$$

的状态。求：(1) 归一化的波函数；(2) 能量有无确定值；
(3) 能量的可能值、几率分布和平均值。

4. 设力学量 F 在 A 表象中的矩阵为

$$F = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta} \\ e^{-i\theta} & 0 \end{pmatrix}$$

其中 θ 为常数，求 F 的本征值和 A 表象中的正交归一本征函数。

5. 一个质量为 m 的粒子被限制在一维无限势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中。
 $t=0$ 时其归一化波函数为

$$\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$$

(1) 在以后某一时刻 $t=t_0$ 时的波函数是什么？

(2) 体系在 $t=0$ 和 $t=t_0$ 时的平均能量是多少？

(3) 在 $t=t_0$ 时，于势阱左半部 (即 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}a$) 发现粒子的几率是多少？

6. (1) 在 s_z 表象下, 请写出 s_z 和 s_x 、 s_y 的矩阵表示, 以及 s_z 的本征值分别为 $+\frac{1}{2}\hbar$ 和 $-\frac{1}{2}\hbar$ 的两个本征矢;
- (2) 用这组基矢表示 s_y 的本征值为 $-\frac{1}{2}\hbar$ 的归一化的本征矢;
- (3) 试写出在 s_x 表象下, s_x 、 s_y 、 s_z 的矩阵表示, 以及 s_x 的两个本征矢 $\left|+\frac{1}{2}\right\rangle$ 、 $\left|-\frac{1}{2}\right\rangle$ 的表示形式。
7. 试写出一被束缚在半径为 a 的圆周上运动的粒子的能量本征方程, 并求解之。
8. 已知体系的哈密顿算符 H 与另一力学量 B 在能量表象中的形式为

$$H = \hbar \omega_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$t=0$ 时体系的态矢量为

$$\psi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

要求计算:

- (1) 在 $t=0$ 及以后任何时刻体系能量的可能值、几率分布和平均值;
- (2) t 时刻的态矢 $\psi(t)$;
- (3) 该体系力学量 B 的可能值、几率分布和平均值;
- (4) $t=0$ 时体系在 B 表象中的态矢 $\psi(0)$ 。