

华东理工大学二〇〇三年硕士生入学考试试题

考试科目代码及名称: 488—量子力学

第 1 页 共 2 页

1. 对于坐标 x 构成算符 $e^{\frac{i}{\hbar}x}$
- (1) 证明它是厄密算符;
- (2) 求出它在坐标、动量表象中的表示。 (12 分)

2. 设 \vec{A} 、 \vec{B} 为矢量算符, F 为标量算符。证明
- $$[F, \vec{A} \cdot \vec{B}] = \vec{A} \cdot [F, \vec{B}] + [F, \vec{A}] \cdot \vec{B}$$
- $$[F, \vec{A} \times \vec{B}] = \vec{A} \times [F, \vec{B}] + [F, \vec{A}] \times \vec{B}$$
- (12 分)

3. 有一在 $\frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 势作用下的一维谐振子, 它在某一瞬时的波函数为

$$\psi(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}\psi_5(x) - \frac{1}{2}\psi_6(x)$$

式中 $\psi_n(x)$ 为其归一化的本征函数, 相应的本征值为

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

- (1) 求这一时刻的能量平均值;
- (2) 求这一时刻的位置平均值;
- (3) 过了一秒钟后, 能量平均值和位置平均值是否发生变化? 为什么? (15 分)

4. 有一三电子系统, 电子有三种可能的轨道态 φ_A , φ_B , φ_C 和两种自旋态 χ_+ , χ_- 。则系统的反对称波函数的数目是多少? 并举出两个具体例子。 (14 分)

5. 电子的轨道角动量记作 \vec{L} , 自旋角动量记作 \vec{s} , 总角动量 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{s}$ 。试证明电子的下列两个状态:

(1) $\psi_1 = \chi_+(s_z)Y_{11}(\theta, \varphi)$

(2) $\psi_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\chi_+(s_z)Y_{10}(\theta, \varphi) + \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_-(s_z)Y_{11}(\theta, \varphi)$

都是 J^2 和 J_z 的共同本征态, 并分别求出相应的本征值。 (15 分)

6. 设碱金属原子中的价电子所受原子实 (原子核 + 满壳层电子) 的作用可近似表为

$$V(r) = -\left(\frac{e^2}{r} + \lambda \frac{e^2 a_0}{r^2}\right), \quad 0 < \lambda \leq 1$$

a_0 为玻尔半径。求价电子的能级, 并与氢原子能级作比较。 (16 分)

华东理工大学二〇〇三年硕士生入学考试试题

考试科目代码及名称: 488—量子力学

第 2 页 共 2 页

7. 质量为 m 的粒子在线性中心力场

$$V(r) = kr, \quad k > 0$$

中运动。用变分法求基态能级的上限。试用下列两试探波函数

$$(1) \psi \sim e^{-\alpha r}, \quad (2) \psi \sim e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 r^2}$$

进行计算, 并比较其优劣。

(18 分)

8. 已知体系的哈密顿算符在某表象中的矩阵表示为

$$H = \begin{pmatrix} 2\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 2\varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

(1) 求体系能量本征值及归一化本征矢;

(2) 求将 H 对角化的幺正变换矩阵。

(18 分)

9. 在 s_z 表象中, 求在 s_z 的相应于本征值为 $+\frac{\hbar}{2}$ 的本征态中, s_x 的可能值及相应的几率。如果在 s_x 表象中求解上述问题, 会得到什么结果?

(15 分)

10. 粒子在一维无限深方势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动, 受到微扰作用

$$H' = \frac{V_0}{a}(a - |2x - a|)$$

求第 n 能级的一级近似表示式, 以及所得结果的适用条件。

(15 分)