

# 华东理工大学二〇〇五年硕士研究生入学考试试题

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效)

考试科目代码及名称: 475—量子力学

第 1 页 共 2 页

1. 设氢原子处在  $\psi(r, \theta, \varphi) = (\pi a_0^3)^{-1/2} e^{-r/a_0}$  的状态之中,  $a_0$  为第一玻尔半径, 求:

(1)  $r$  的平均值;

(2) 势能  $V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$  的平均值。 (14 分)

2. 算符  $A$  和  $B$  与它们的对易子对易, 即  $[A, [A, B]] = [B, [A, B]] = 0$ 。证明

$[A, B^n] = nB^{n-1}[A, B]$ , 并由此证明对于任一解析函数  $F(x)$  都有  $[A, F(B)] = [A, B]F'(B)$ , 这里  $F'(x)$  是  $F(x)$  的导数。 (17 分)

3. 一个电子被限制在一块电介质 (无限大) 平面的上方 ( $x \geq 0$ ) 运动, 介质的介电常数为  $\epsilon$ , 不可穿透。按电像法可得出静电势能为

$$V(x) = -\frac{\alpha}{x}, \quad \alpha = \frac{e^2}{4} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} \right) > 0$$

试求电子的能级 ( $E < 0$ )。 (16 分)

4. 考虑一个厄密算符, 它有性质  $A^3 = 1$ , 证明:  $A = 1$ 。 (16 分)

5. 考虑一个具有三维态空间的物理体系。在态空间选定一组正交归一基, 在这组基下, 哈密顿量可用矩阵

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

表示。

(1) 当测量系统的能量时, 可能的结果是什么?

(2) 一个粒子处于  $|\psi\rangle$ , 用这组基表示为  $\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} i \\ -i \\ i \end{pmatrix}$ , 求  $\langle H \rangle$ 、 $\langle H^2 \rangle$  和  $\Delta H$ 。 (17 分)



## 华东理工大学二〇〇五年硕士研究生入学考试试题

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效)

考试科目代码及名称: 475-量子力学

第 2 页 共 2 页

6. 考虑两个粒子体系, 每个粒子都有自己的角动量  $\vec{L}_1$  和  $\vec{L}_2$ 。证明  $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$  是一个角动量算符, 即满足对易关系

$$\vec{L} \times \vec{L} = i\hbar \vec{L} \quad (14 \text{ 分})$$

7. 具有自旋 1/2 的粒子, 用两种方法计算  $iS_x S_y S_z$  在  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \left| +\frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2} \right\rangle \right)$  下的期望值:

(1) 利用算符  $S_+$  和  $S_-$ , 这里  $S_+ = S_x + iS_y$ ,  $S_- = S_x - iS_y$ ;

(2) 直接计算。

(18 分)

8. 求三维各向同性谐振子的能量本征值和本征态的宇称, 并讨论它们的简并度。

(18 分)

9. 二维各向同性谐振子受到微扰作用

$$H' = V_0 \delta(x) \delta(y)$$

试求二维振子的基态、第一和第二激发态能量的一级近似。

(20 分)