

说明:1. 本试卷不使用计算器;

2. 本试卷不需要查换算表。

一、(本题共 6 分,每小题 2 分)

生存函数 $S(x)$ 表示年龄为零岁的人生存至 x 岁的概率。设 $S(x) = \frac{1}{10} \sqrt{100-x}$, 试计算下列各概率值:

1. 零岁的人在 36 岁至 64 岁之间死亡;

2. 36 岁的人生存至 64 岁;

3. 36 岁的人在 64 岁以后死亡。

二、(本题 6 分)

某人现年 x 岁,购买期初付终身生存年金。第 i 年年初的年金额为 $(1.1)^i$ 元。设利率为 10% , x 岁的完全平均余命 e_x^0 为 40.5 岁,求此年金的现值。

三、(本题共 8 分,每小题 1 分)

用换算符号表示下列各结果:(年金额或保额均假设为 1 元)

1. 现年 55 岁者,购买期末付 10 年定期生存年金的现值;

2. 现年 35 岁者,购买期初付延期 15 年定期 10 年生存年金的现值;

3. 现年 25 岁者,购买在 60 岁时开始第一次付款的终身生存年金的现值;

4. 现年 30 岁者,购买 70 岁满期的定期死亡保险的趸缴纯保费;

5. 现年 40 岁者,购买 20 年定期两全保险的趸缴纯保费;

6. 现年 30 岁者,购买于 70 岁时缴清保费(70 岁那一次不缴费)的终身死亡保险的年缴平准纯保费;

7. 现年 40 岁者, 购买于 85 岁满期 20 年限期缴费的两全保险的年缴平准纯保费;

8. 现年 50 岁者, 购买终身缴费终身死亡保险的年缴平准纯保费。

四、(本题共 6 分, 每小题 3 分)

(1) 某保单签发给现年 40 岁的被保险人。保单规定在 25 年内被保险人死亡的死亡赔款为 5 000 元。如果被保险人生存至 65 岁, 则保单改为年金额为 500 元的终身生存年金, 并于 65 岁开始第一次付款。求此保单的趸缴纯保费。(2) 如果问题(1)中的生存年金部分改为前 10 次不论被保险人是否生存保证给付, 则保单的趸缴纯保费为多少?

(用换算符号和现值率 V 表示结果。)

五、(本题 4 分)

设终身死亡保险的保单于被保险人 30 岁时签发。保单规定: 在被保险人死亡年度之末, 开始由保险公司每月付款 200 元给受益人, 共付 240 个月。试计算此保单的趸缴纯保费。

(用换算符号和现值率 V 表示结果。)

六、(本题 8 分, 每小题 4 分)

依照一定的生命表及利率, 对某被保险人签发于每年年末付款 1 000 元的终身生存年金保单, 其现值为 13 534.60 元。

1. 试求对该被保险人签发于每月月末付款 100 元的终身生存年金的现值;

2. 若问题 1 中的每月付款改为在月初支付, 求其现值。

$$\left(\frac{11}{24} \approx 0.4583\right)$$

七、(本题 6 分)

现年 30 岁人, 投保 20 年定期死亡保险。保单规定: 被保险人于第一年死亡时, 给付 1 000 元; 第二年死亡, 给付 1 200 元; 第三年死亡, 给付 1 400 元, 依此类推。求此保单的趸缴纯保费。

(用换算符号表示最后化简结果。)

八、(本题共 10 分, 每小题 2 分)

设保额为 1 元, 保单签发给 30 岁者, 试分别用过去法(又称已缴保费推算法)和未来法(又称未缴保费法), 以换算符号表示下列各种保险第十年年末的理论责任准备金, 并化至最简单形式:

1. 终身缴费终身死亡保险;

2. 20 年限期缴费 85 岁满期的两全保险;

3. 10 年缴费 10 年定期死亡保险;

5. 10 年缴费终身死亡保险。

九、(本题 10 分)

夫妇两人同龄, 60 岁时投保联合终身死亡保险。条款规定: 只要有一人死, 保险公司即给付保险金 5 000 元, 保险责任即终止。试求其年缴纯保费。

(只须列出计算式子即可。)

十、(本题共 16 分, 每小题 8 分, 其中证明和文字说明各 4 分)

试证: 1. $A_{x:\overline{n}}^1 = V\ddot{a}_{x:\overline{n}} - a_{x:\overline{n}}$

2. $A_x = 1 - d\ddot{a}_x$

并用文字说明(1)(2)两个式子的涵义。

其中, $A_{x:\overline{n}}^1$ 表示 x 岁人投保保额为 1 元的 n 年定期死亡保险的趸缴纯保费;

$\ddot{a}_{x:\overline{n}}$ 表示 x 岁人投保年金额为 1 元的期初付 n 年定期生存年金的现值;

$a_{x:\overline{n}}$ 表示 x 岁人投保年金额为 1 元的期末付 n 年定期生存年金的现值;

A_x 表示 x 岁人投保保额为 1 元的终身死亡保险的趸缴纯保费;

\ddot{a}_x 表示 x 岁人投保年金额为 1 元的期初付终身生存年金的现值;

V 表示现值率;

d 表示贴现率。

十一、(本题 10 分)

试证法克勒氏责任准备金累积计算公式(Fackler's Accumulation Formula):

$${}_{t+1}V = ({}_tV + P)U_{x+t} - K_{x+t}$$

其中, x 表示签单时被保险人的年龄;

t 表示自签单之日起至计算准备金时的年数;

P 表示保额为 1 元, 在 x 岁签单时的年缴纯保费;

V 表示此保单在 t 年终了时的期末责任准备金;

$U_x = \frac{D_x}{D_{x+1}}$, 称为生存分红年金;

$K_x = \frac{C_x}{D_{x+1}}$, 称为保险积存成本。

十二、(本题 10 分)

K_I 、 K_{II} 分别为第 I 类、第 II 类业务的稳定系数, K_{I+II} 为第 I、II 类业务合并后的稳定系数, 若假设 $K_I > K_{II}$, 试证: $K_{I+II} < K_I$ 。