

上海财经大学 1996 年保险数学考研试题

报考专业:货币银行学(保险学方向)

考试科目:保险数学(费率与准备金计算)

说明:1. 本试卷可使用计算器;

2. 计算所用数据仅限卷面提供;

3. 本试卷不需查表;

4. 数据结果保留一位小数。

一、(第 1 题 2 分,第 2 题 4 分,合计 6 分)

生存函数 $S(x)$ 表示年龄为零岁的人生存至 x 岁的概率。试计算:

1. 零岁的人在 20 岁到 35 岁之间死亡的概率。

2. 现年 20 岁者,购买两年期保额为 1 元的两全保险(Endowment Insurance)的趸缴纯保费(Net single premium)。

(请用生存函数 $S(x)$ 和现值因子 v 表示。)

二、(本题 8 分)

现年 30 岁者,购买期初付 40 年定期生存年金保险,第一年年初年金额为 1.1 元,第二年年初年金额为 $(1.1)^2$,依此类推,求此年金的现值。已知年利率 i 为 10%,30 岁时的完全平均余命 e_{30} 为 37.5 岁,此时的生存人数 l_{30} 为 900 000;70 岁时的完全平均余命 e_{70} 为 9.5 岁,此时的生存人数 l_{70} 为 450 000。求此年金的现值。

三、(本题 8 分)

用换算符号表示下列结果(年金额或保额均假设为 1 元):

1. 现年 35 岁者,购买期末付 10 年定期生存年金的现值。

2. 现年 25 岁者,购买期初付延期 15 年定期 10 年生存年金的现值。

3. 现年 35 岁者,购买在 60 岁时开始第一次付款的终身生存年金的现值。

4. 现年 40 岁者,购买 70 岁满期的定期死亡保险的趸缴纯保费。

5. 现年 30 岁者,购买 20 年定期两全保险的趸缴纯保费。

6. 现年 30 岁者,购买 40 年限期缴费的终身死亡保险的年缴均衡纯保费(Net annual premium)。

7. 现年 50 岁者,购买终身缴费的终身死亡保险(Ordinary Life Insurance)的年缴均衡纯保费。

8. 现年 40 岁者,购买于 85 岁满期 60 岁时缴清保费(60 岁时不缴费)的两全保险的年缴均衡纯保费。

四、(本题 4 分)

设终身死亡保险的保单于被保险人 20 岁时签发。保单规定:在被保险人死亡年度末,开始由保险公司每月付款 200 元给受益人,共付 2 年。试计算此保单的趸缴纯保费。

(用换算符号和现值因子 v 表示)

五、(每题 3 分,共 3 题,合计 9 分)

假定,签单年龄 30 岁,年金额为 100 元的三种生存年金的现值如下所示:

- 4 年期期初付生存年金的现值 367.3 元
- 延期 5 年期末付终身生存年金的现值 1914.3 元
- 期末付终身生存年金的现值 2335.5 元

试求:

1. 现年 30 岁者,购买年金额为 1 000 元期末付的 5 年期生存年金的现值;
2. 现年 30 岁者,购买每月月初付款 10 元的终生生存年金的现值;
3. 现年 30 岁者,购买 10 年期两全保险,应付趸缴纯保费为 3 238.3 元,若限期 4 年缴清保费,应付多少元年缴均衡纯保费?

六、(本题 4 分)

由三位年龄均为 x 岁的人联合投保一张生存保单,保险期限为 n 年。保险期满时,只要这三人中至少有一人还活着,凭这张保单可领取给付金额为 R 元。求此保单的趸缴纯保费。(只需列式,并对所用符号作出说明)

七、(本题 10 分)

在被保险人 10 岁签发的保单上,规定:

1. 被保险人 20 岁以前死亡时,无息退回已缴年缴总保费(Gross Annual Premium);
2. 被保险人 20 岁以后死亡时,给付金额为 5 000 元;
3. 保费限 10 年缴清;
4. 年缴总保费比年缴纯保费多 20%。

求年缴纯保费。

(用换算符号表示并化简)

八、(本题 8 分)

假定某种保单在 x 岁时签发,保险期限为 n 年,被保险人在第一个保险年度内死亡,在该年度末给付 n 元;在第二个保险年度内死亡,在第二年末给付 $n-1$ 元,依此类推,在第 n 个保险年度内死亡,在该年度末给付 1 元。此后,被保险人死亡将得不到给付金。那么这样的险种,在 x 岁签发时应支付多少趸缴纯保费?(用换算符号表示并化简)

九、(本题 10 分)

设保额为 1 元,保单签发年龄为 30 岁,试分别用过去法(Retrospective Method)和未来法(Prospective Method),用换算符号表示下列各险种第 20 年年末的理论责任准备金,并化到最简。

1. 终身缴付终身死亡保险;
2. 30 年定期缴费 85 岁满期的两全保险;
3. 20 年定期缴费 20 年定期死亡保险;
4. 20 年定期缴费 20 年定期两全保险;
5. 20 年定期缴费终身死亡保险。

十、(第 1 题 6 分,第 2 题 3 分,合计 9 分)

现年 x 岁者,投保限期 n 年缴费保额为 1 元的 n 年定期死亡保险,如果用一年定期修正法(Full Preliminary term Method)修正纯保费,那么

1. 试证:第二年起的修正纯保费等于 $x+1$ 岁购买 $n-1$ 年定期缴费 $n-1$ 年定期死亡保险的年缴均衡纯保费。
2. 求第一年的期末修正准备金(Modified Terminal Reserve),第二年的期初修正准备金(Modified Initial Reserve)。(用换算符号表示并化简)

十一、(本题 12 分)

证明下列两式并用文字说明其涵义:

$$1. {}_{t+1:n}V_x = ({}_n P_{x+t} - {}_n P_x) \ddot{a}_{x+t:n-t}|$$

$$2. {}_{t+1}V_x = {}_tV_x \frac{1}{E_{x+t}} + P_t U_{x+t} - {}_tK_{x+t}$$

其中, V_x 表示 x 岁签单的终身缴付保额 1 元的终身死亡保险第 t 年末的理论责任准备金;

${}_{t+1:n}V_x$ 表示 x 岁签单的 n 年定期缴费保额 1 元的终身死亡保险第 t 年末的理论责任准备金;

${}_n P_x$ 表示 x 岁签单的 n 年定期缴费保额为 1 元的终身死亡保险的年缴纯保费;

P 表示 x 岁签单的终身缴费保额 1 元的终身死亡保险的年缴纯保费;

$$E_x = \frac{D_{x+t}}{D_x};$$

$$U_{x+t} = \frac{N_{x+t} - N_{x+t+t}}{D_{x+t+t}};$$

$$K_{x+t} = \frac{M_{x+t} - M_{x+t+t}}{D_{x+t+t}}.$$

十二、(第 1 题 3 分,第 2 题 4 分,第 3 题 5 分,合计 12 分)

某公司承保某项业务 640 个单位,每个单位的损失概率为 3%,纯费率为 3%,试问:

1. 该项业务的财务稳定系数 K 为多少?
2. 在不增加新业务项目的前提下,如果要使 $K \leq 0.1$,应如何确定承保标的数和纯费率值?
3. 按上面 2. 中所得的结果来降低 K 值是否合理,有何更好的方法?说明理由。