

上海大学 2001 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题

招生专业: 计算机系统结构
 计算机软件与理论
 计算机应用技术

考试科目: 离散数学

每题 10 分, 一共 10 题

(一) 给出下列赋值: (1) 个体域 D 是实数集; (2) $a=0$; (3) 函数 $f(x,y)=x-y$;

(4) 谓词 $F(x,y): x < y$. 求 $\forall x F(f(a,x), a)$ 在上述赋值下的真值.

(二) 判断下列公式中 x 和 y 哪些出现是自由的? 哪些出现是约束的, 并受哪一个量词的约束?

$$\forall y((A(x,y) \wedge \exists x(\neg B(x,y))) \rightarrow \exists x(A(x,y) \leftrightarrow \exists x \tilde{B}(x)))$$

(三) 用推导过程证明:

$$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \Rightarrow R \vee S$$

(四) 设 R 是 A 上等价关系, 定义 $R^{(1)} = R$; $R^{(n)} = R^{(n-1)} \circ R$, \circ 是关系的复合, 证明 $R^{(n)} = R, n \geq 1$. 你能降低条件吗?

(五) 设 R 是 A 上二元关系, $I_A = \{(a, a) | a \in A\}$. 证明: 若 $R = R^{-1} \circ R$ 并且 $I_A \subseteq R$, 则 R 是等价关系, 其中 R^{-1} 是 R 的逆关系, \circ 是关系复合. 请问逆命题成立吗?

(六) 设 G 是顶点数大于等于 3 的简单图, 若 $e \geq 3v - 6$, e 是 G 的边数, v 是 G 的顶点数, 证明 G 一定含有圈.

(七) 设 G 是简单平面图, 若 $e = 3v - 6$, e 是 G 的边数, v 是 G 的顶点数, 证明 G 是连通的并且具有以下性质: 在 G 的任意不相邻顶点 u 和 v 之间加一条边 $\{u, v\}$, 所得的图是非平面图. 请你画一个满足 $e = 3v - 6$ 的连通简单平面图. ($v \geq 3$).

(八) 有否可能一个群与其一个真子群关于群的运算同构? 请加以说明.

(九) 设 G_1 和 G_2 是群 G 的子群, $G_1 \neq G_2$. 证明 G_1 的每个左陪集与 G_2 的每个左陪集都不相等. 请证明之外举例说明.

(十) 设 $(G, *)$ 是群, \sim 是 G 上等价关系, 满足对所有 $a, x, y \in G$, 若 $a * x \sim a * y$ 则 $x \sim y$. 令 $H = \{x \mid x \sim e\}$, e 是 G 的单位元, H 是 G 的子群. 请问: 对所有 $a \in G$, $\{x \mid x \sim a\} = a * H$ 成立吗? 写出理由.