

上海大学 2001 年攻读硕士学位研究生

# 入学考试试题

招生专业: 应用数学, 运筹学与控制论, 系统分析与集成. 考试科目: 概率论

一 共 10 小题, 每小题 5 分.

1. 设  $X_n \sim N(n, 5^2)$ ,  $n=1, 2, \dots$ . 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n \leq n + \frac{5^2}{n})$ .

2. 已知  $(X, Y)$  的联合分布列如右表.

令:  $Z = \max\{X, Y\}$ , 求  $Z$  的分布列.

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	0	1	2
0	$\frac{2}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{2}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$
2	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$

3. 设  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布,  $Y \sim B(n, p)$ , 且  $X$  和  $Y$  独立.  
求:  $E e^{it(X+Y)}$ ; 其中  $i = \sqrt{-1}$ ,  $t$  为实常数.

4. 将一枚骰子连续掷 10 次, 以  $X$  表示掷出的点数之和. 求  $EX$ .

5. 设  $(X, Y) \sim N(-2, 3^2; 3, 2^2; \frac{1}{2})$ . 求  $Z = 2X - 3Y$  的密度函数.

6. 已知  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A|B) = \frac{1}{2}$ . 求  $P(B-A)$ .

7. 设  $X$  是一随机变量,  $DX$  存在. 令  $f(x) = E(X-x)^2$ . 求函数  $f(x)$  的最小值类与最小值.

8. 从 1~1200 中任取一数, 求取出的数既不能被 3 整除, 也不能被 4 整除的概率.

9. 已知  $(X, Y)$  的联合分布函数是  $F(x, y)$ , 求概率  $P(X=3, Y=2)$ .

10. 有甲、乙两个盒子, 甲中有 10 个白球, 6 个红球; 乙中有 6 个白球, 10 个

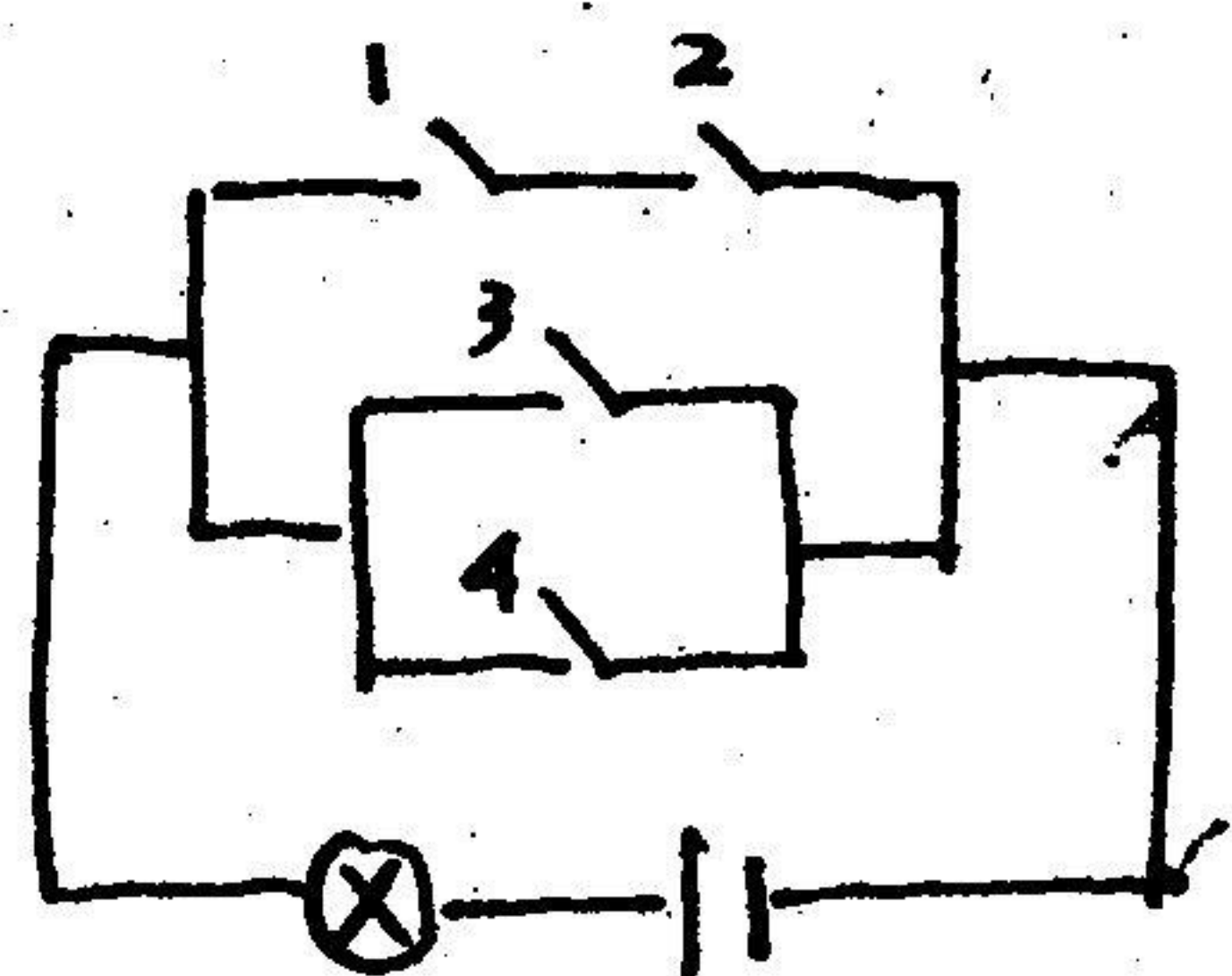


红球. 现掷一骰子, 若出现奇数点, 在甲中取一球, 若出现偶数点, 在乙中取一球. 已知取到一红球, 求此球是来自甲盒的概率.

二. (10分). 设  $X_i \sim N(0, 1)$ ,  $1 \leq i \leq n_1 + n_2$ , 且相互独立. 又设  $a, b$  是实数且  $a + b = 1$ . 令:  $Z = \frac{a}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} X_i^2 + \frac{b}{n_2} \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} X_i^2$ . 求  $a, b$  使得  $DZ$  最小.

三. (10分). 设  $X_1 \sim U(0, 1)$ ,  $X_2$  服从参数为 1 的指数分布,  $X_3 \sim B(1, \frac{1}{2})$ , 而且  $X_1, X_2, X_3$  相互独立. 令  $Z = X_1 + X_2 + X_3$ , 求  $Z$  的概率密度函数.

四. (10分). 有一电路图如下, 设各开关工作是相互独立的, 且每个开关闭合的概率都是  $\frac{1}{2}$ , 求: 1) 灯亮的概率. 2) 已知灯亮, 开关 1, 2 同时闭合的概率.



五. (10分) 随机变量  $X, Y$  相互独立. 且  $P(Y=1) = \frac{1}{3}$ ,  $P(Y=2) = \frac{2}{3}$ .

$$X \text{ 的分布函数为 } F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -2 \\ \frac{x+2}{4} & -2 < x < -1 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-(x+1)} & x \geq -1 \end{cases}$$

求: 关于  $t$  的方程  $t^Y + Xt + \frac{1}{4} = 0$  有实根的概率.

六. (10分). 有一大批木材, 其长度  $X \sim N(20, 2^2)$ . 从中任取 200 根, 求小于 18 米的根数不超过 20 根的概率. (用标准正态分布函数  $\Phi(\cdot)$  表示结果).