712

华　　东　　师　　范　　大　　学

一九九七年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：高等数学（B）

专　业：

共 2 页

一、填充题（每格3分，共20格 60分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{x}=$ ______.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\sin\dfrac{1}{x}=$ ______.

3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1-\dfrac{a}{x}\right)^{bx}=$ ______.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(e^x-1)}{\cos x-1}=$ ______.

5. 设$f(x)$在$x=0$处的导数为$f'(0)$，则$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-2h)-f(0)}{h}=$ ______.

6. 设$y=(\ln x)^x$，则$y'=$ ______.

7. 设$\begin{cases}x=t-\sin t\\ y=1-\cos t\end{cases}$，则$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$ ______.

8. 设$e^y=\sin(x+y)$确定隐函数$y=y(x)$，则$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=\frac{\pi}{2}\\ y=0}}=$ ______.

9. $d(\operatorname{arctg}\sqrt{2-x})\big|_{x=1}=$ ______.

10. 设$f(x)=\begin{cases}x^2+1 & x>0\\ ax+b & x\le 0\end{cases}$，则当$a=$ ____，$b=$ ____时$f(x)$在$x=0$处可导.

11. $\displaystyle\int\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}dx=$ ______.

12. 设$f(x)=x\displaystyle\int_0^x\sin t^2dt$，则$f''(x)=$ ______.

13. $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx =$ ________.

14. $\int_0^{e-1} x\ln(1+x)dx =$ ________.

15. $\int_0^1 \ln x\, dx =$ ________.

16. 级数 $\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\cdots$ 的收敛域为________.

17. $\mathrm{arctg}\,x$ 的幂级数展开式为________.

18. $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dx}{dt}+x=0$ 通解为________.

19. $z=e^{x+y^2}$ 在 $(0,0)$ 处的全微分等于________.

二.(8分) 求曲线 $y=\ln x$ 与直线 $y=\ln 3$, $y=\ln 9$, $x=10$ 所围成的平面图形的面积

三.(8分) 求常微分方程 $\frac{dy}{dx}+2xy-2xe^{-x^2}=0$ 的通解和满足初始条件 $y(1)=0$ 时的特解.

四.(10分) 讨论 $y=\frac{4x+4}{x^2}-2$ 的性态,并作草图(把讨论结果填入下面空格内)

1. 定义域为________.　2. 极小值为________
3. 单调上升区间为________, 单调下降区间为________
4. 拐点为________.　5. 渐近线方程为________
6. 草图为 (另附一页)

五.(8分) 求曲面 $x^2+y^2=2y$, $z=\sqrt{x^2+y^2}+1$ 及 $z=1$ 所围成立体的体积.

六.(6分) 在数 $1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \cdots, \sqrt[n]{n}, \cdots$ 中求出最大的一个数(要说明理由).