

一九九八年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：量子力学

专业：理论物理、光学、生物物理、学科教学论、无线电物理等

1、一电子在沿 x - 方向的强度为 E 的均匀静电场中，

(1) 定出该一维电子系统的哈密顿算符；

(2) 该电子动量算符平均值的时间变化率是多少？将所得结果与经典物理学结果比较。

2、(1) 由经典波动力学的统计表波条件，德布罗意波粒二象性假设及有关

公式 ($E = h\nu, p = \frac{h}{\lambda}$)，直接导出宽度为 a 的无限深方势阱中一自由粒子能

量的可能值；写出相应的波函数形式。

(2) 对本例中所包含的基本观点、方法及其结果，您能说些什么？

3、(1) 算符 $S_i = \frac{\hbar}{2} \sigma_i$ [其中， σ_i ($i=x, y, z$) 为泡里矩阵] 有何物理意义？写

出它们的矩阵形式及基本对易关系；写出它们的本征值和本征态形式。

(2) 设某电子处于某一状态，在该状态中测量其自旋沿 z - 方向的值恒定为 $\frac{\hbar}{2}$ 。问，若在该状态中测量其自旋沿 x - 方向的值，所得结果是什么？简要说明您的思考步序及计算公式。

4、(1) 量子力学中怎样判断某力学量（算符）是守恒量？为什么？

(2) 为了描写一量子力学系统的状态，需寻找一个“守恒力学量（算符）完全集”。该集的力学量都是守恒量，且相互对易，其数目与该系统的自由度数目相同。于是，人们可用与该算符集中每一算符相对应的本征值量子数来特征该量子系统（如氢原子）。

问，在讨论下列两种哈密顿算符所确定的电子的运动状态时，各守恒力学量集应包含哪些力学量？证明之。

(a) $H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$ ，其中 $V(r)$ 表示有心势。

(b) $H = \frac{p^2}{2m} + V(r) + \xi(r)\vec{S} \cdot \vec{L}$ ，其中 $\xi(r)\vec{S} \cdot \vec{L}$ 表示自旋——轨道磁矩

相互作用能项， $\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$ 为自旋算符， \vec{L} 为轨道角动量算符。

[提示： \vec{L}^2 和 L_i ($i=x,y,z$) 都仅对与角度的微分算符有关。]

注意事项：1、以上四题每题 25 分；2、要求回答简洁，思路清晰，书写整齐。