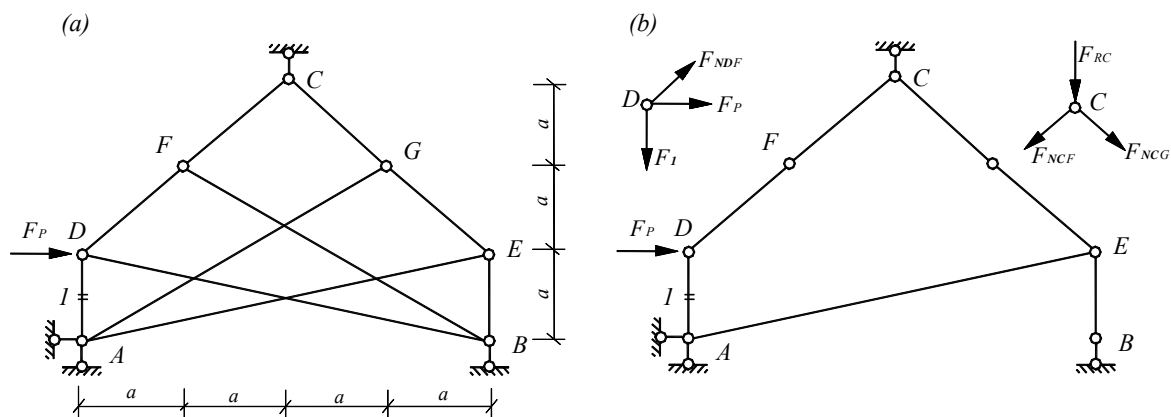


同济大学 2006 年硕士生入学考试结构力学试卷

一. 求图示桁架 C 支座反力和杆件 1 的轴力



解：首先判断零杆，分析可知杆 FB、DB、AG 均为零杆，去除零杆后，原结构变为如图 b 所示。用结点法，取 D 结点分析

$$\sum X = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F_{NDF} + F_P = 0 \Rightarrow F_{NDF} = -\sqrt{2} F_P$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F_{NDF} - F_1 = 0 \Rightarrow F_1 = -F_P \text{ (压力)}$$

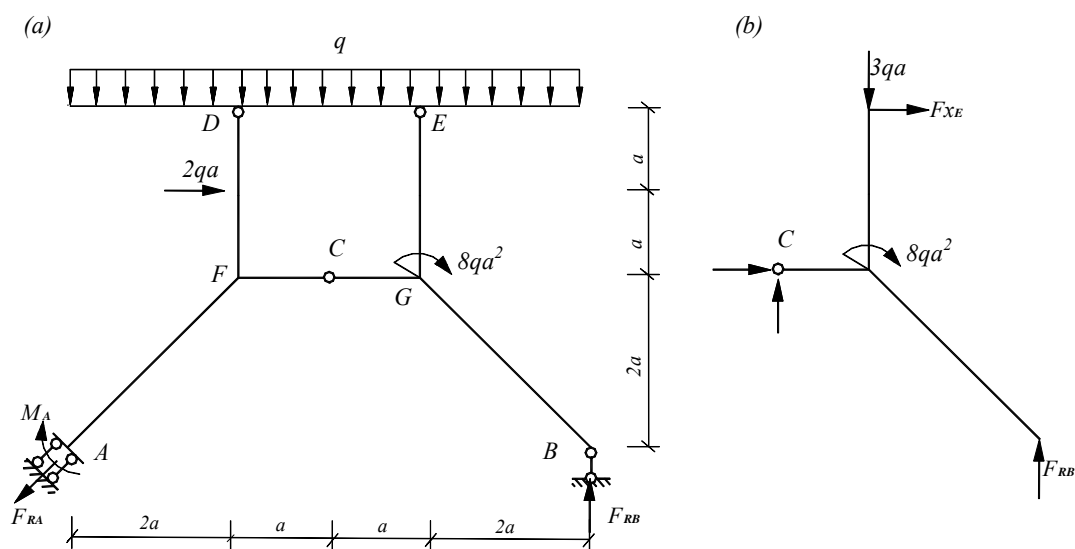
由结点 F 易知， $F_{NCF} = F_{NDF} = -\sqrt{2} F_P$

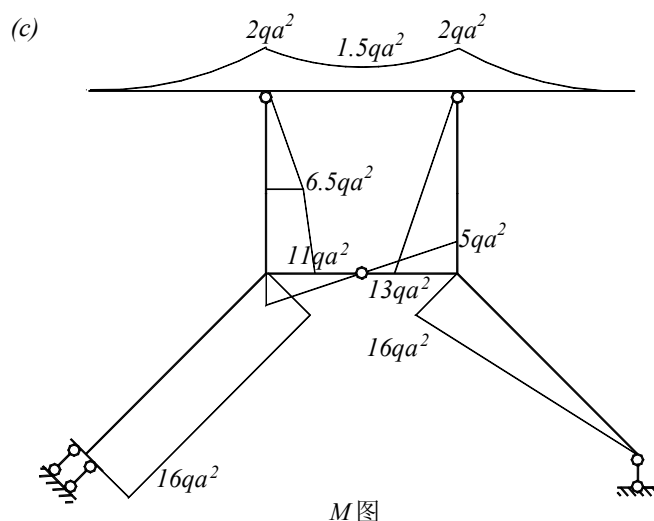
再取 C 结点分析

$$\sum X = 0 \Rightarrow F_{NCG} = F_{NCF} = -\sqrt{2} F_P$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} (F_{NCF} + F_{NCG}) + F_{RC} = 0 \Rightarrow F_{RC} = 2F_P \text{ (↓)}$$

二. 试求解图 a 所示刚架，并绘制弯矩图。





解：（1）先分析整体。由 $\sum X = 0$ 可知 A 支座处的水平反力为 $2qa(\leftarrow)$ ，因此 A 支座反力 $F_{RA} = 2\sqrt{2}qa$ 。

再由 $\sum Y = 0 \Rightarrow F_{RB} - 6qa - 2qa = 0 \Rightarrow F_{RB} = 8qa(\uparrow)$ ；

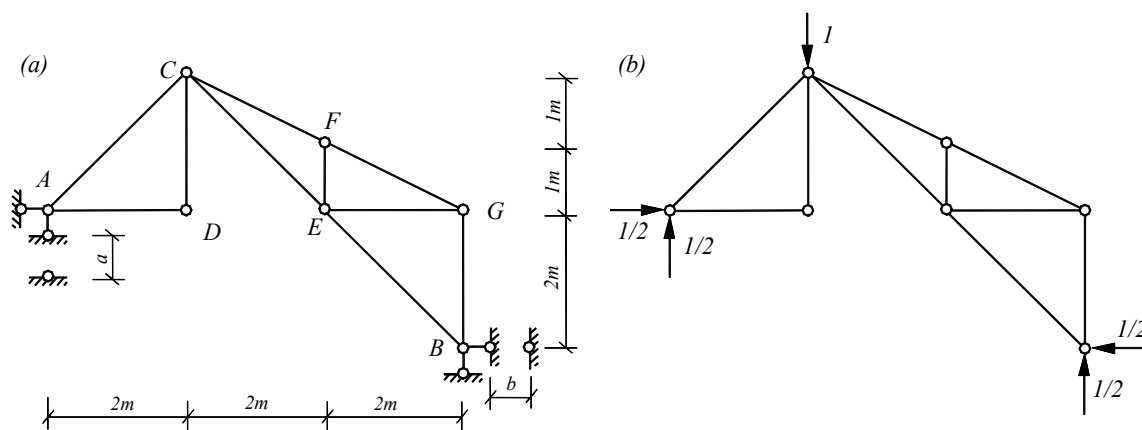
$\sum M_A = 0$ 整体对 C 取矩 $\Rightarrow M_A = 16qa^2$

（2）分析 CGEB 部分（图 b）。 $\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{xE} = 6.5qa(\rightarrow)$ ；

同理 $F_{xD} = 6.5qa(\leftarrow)$ 。

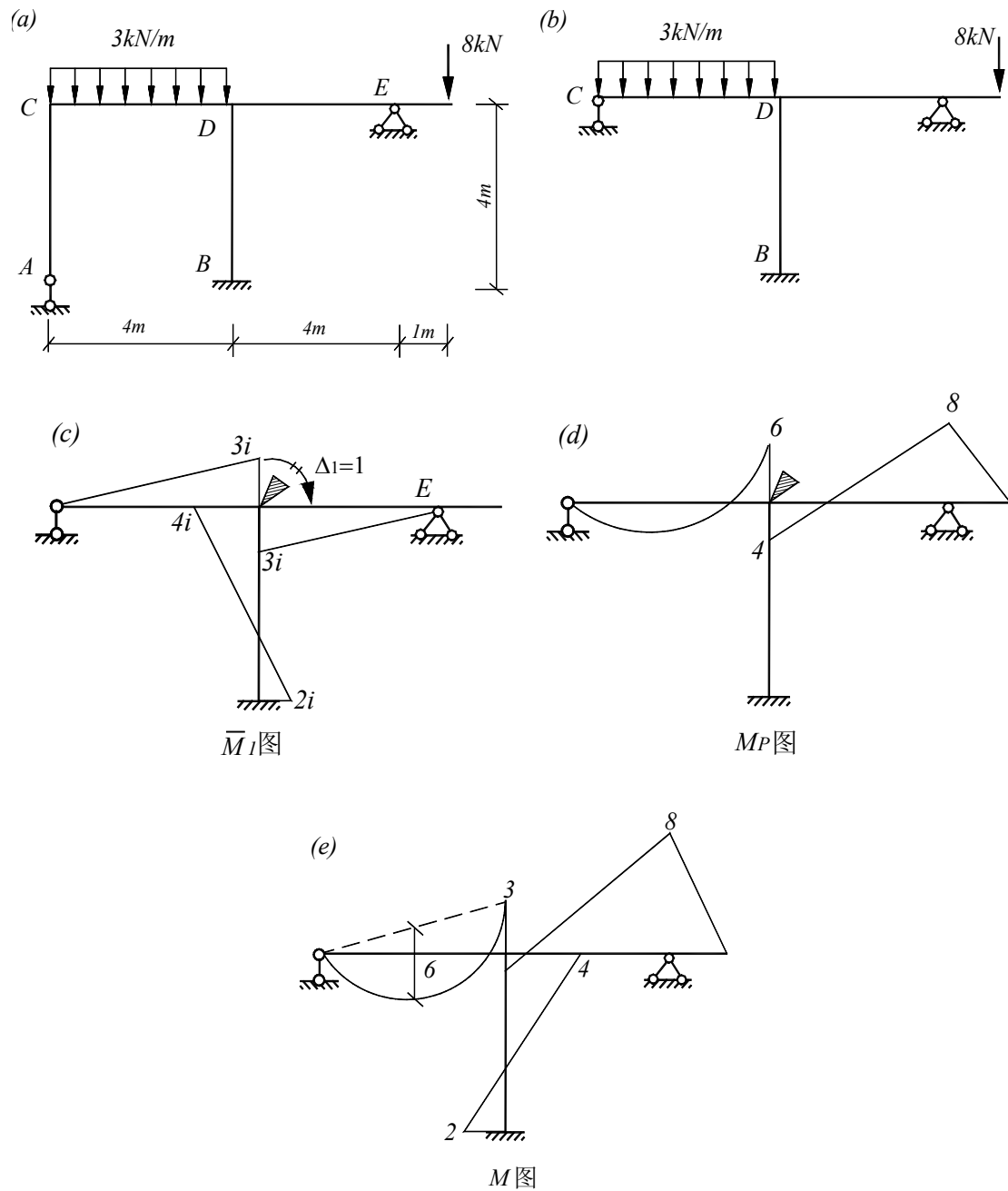
利用以上结果可绘出结构弯矩图如图 c。

三．试用单位荷载法求图示结构由图中支座位移引起的 C 点竖向位移。



解：a、b 为支座位移， $\Delta_{cy} = -\sum \overline{F_R} C = -(-\frac{1}{2} \times a - \frac{1}{2} \times b) = \frac{a+b}{2}(\downarrow)$

四．试用位移法求解图示刚架，并绘制弯矩图，设各杆 EI=常数



解：原图等效为 b 图（由于 AC 杆只有轴力，故可将其用一链杆代替）

(1) 确定基本体系并建立平衡方程： $k_{11}\Delta_1 + F_{1P} = 0$

(2) 求系数和自由项，绘出 \overline{M}_1 图和 M_P 图，由此可得

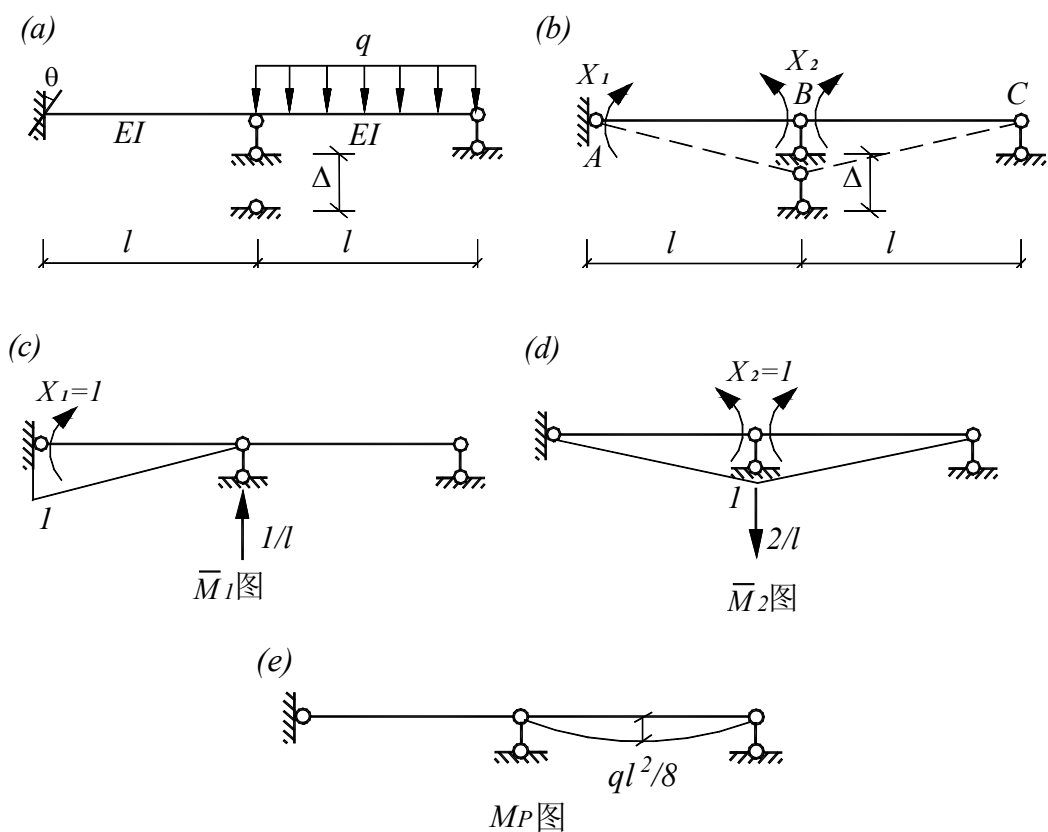
$$k_{11} = 10i; F_{1P} = 10kN \cdot m \text{ 代入上式 } 10i\Delta_1 + 10 = 0 \Rightarrow \Delta_1 = -\frac{1}{i}$$

(3) 绘制弯矩图。根据 $M = \overline{M}_1\Delta_1 + M_P$ 即可绘制如图 e 所示：

五．采用图中选定的基本结构用力法求解图示结构时，试填写表中列出的力法方程系数和自由项。力法方程：

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} + \Delta_{1C} = \Delta_1 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} + \Delta_{2C} = \Delta_2 \end{cases}$$

$\delta_{12} =$	$\Delta_{2P} =$
$\Delta_{1C} =$	$\Delta_{2C} =$
$\Delta_1 =$	$\Delta_2 =$



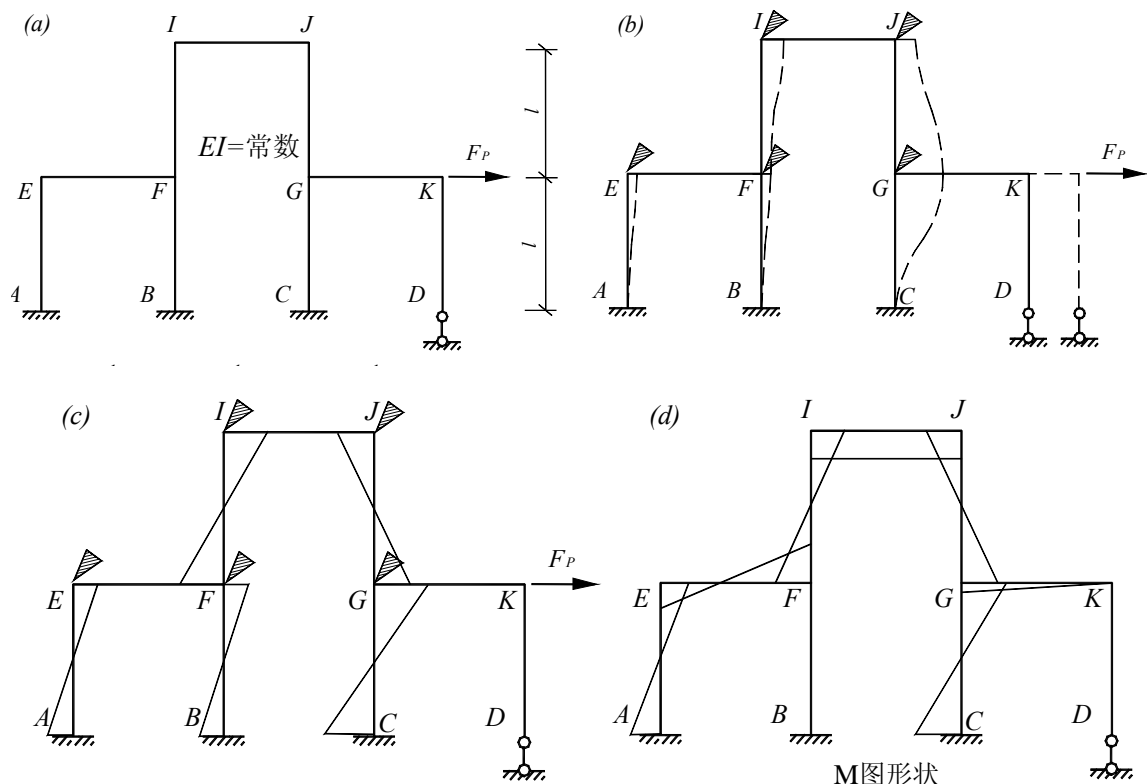
解：绘出 \overline{M}_1 图、 \overline{M}_2 图和 M_P 图,由此可求得系数和自由项。(注意,求 Δ_{1C} 和 Δ_{2C} 时,应在基本结构中求)

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \times \frac{1}{2} \times 1 \times l \times \frac{1}{3} = \frac{l}{6EI} ; \quad \Delta_{2P} = \frac{1}{EI} \times \frac{2}{3} \times l \times \frac{ql^2}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{ql^3}{24EI} ;$$

$\Delta_{1C} = \frac{\Delta}{l}$, $\Delta_{2C} = -\frac{2\Delta}{l}$ (从 b 图中可以根据概念快速求出, Δ_{1C} 是 AB 杆转角, Δ_{2C} 是 AB、BC 杆的相对转角);

$$\Delta_1 = \theta ; \quad \Delta_2 = 0 .$$

六. 试不经计算绘出图示刚架弯矩图的大致形状。



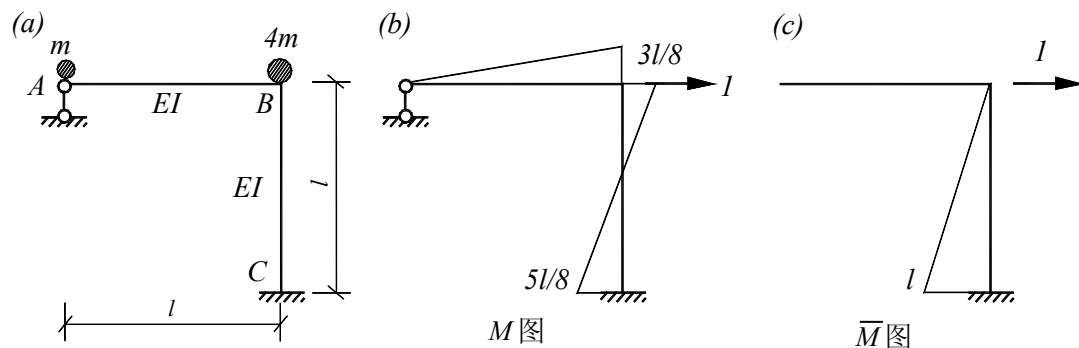
解：在结点E、F、G、I和J处各加上一附加刚臂后，结构承受荷载 F_P 作用。画出此时的变形图（图b），也不难绘出相应的 M_P 图形状，如图c所示。

（1）横梁 M 图形状的确定。根据图（b）中所示各刚臂上约束反力矩的方向，可知原结构在荷载 F_P 的作用下，结点E、F、G和I将发生顺时针转动，而结点J发生逆时针转动。由此可知，横梁EF的E端顺时针转动，下侧受拉；而F端也顺时针转动，上侧受拉；横梁GK的G端和IJ的I、J端均为下侧受拉，据此可绘出各横梁的 M 图形状。

（2）竖柱 M 图形状的确定。根据结构在荷载 F_P 作用下的变形及结点弯矩平衡条件，可判断出竖柱各杆端的受拉侧。

根据以上分析：绘出刚架 M 图的大致形状如图d所示。

七. 试列出图a所示刚架结构作自由振动时的运动方程，并求出自振频率，忽略杆件自身重量和轴向变形。



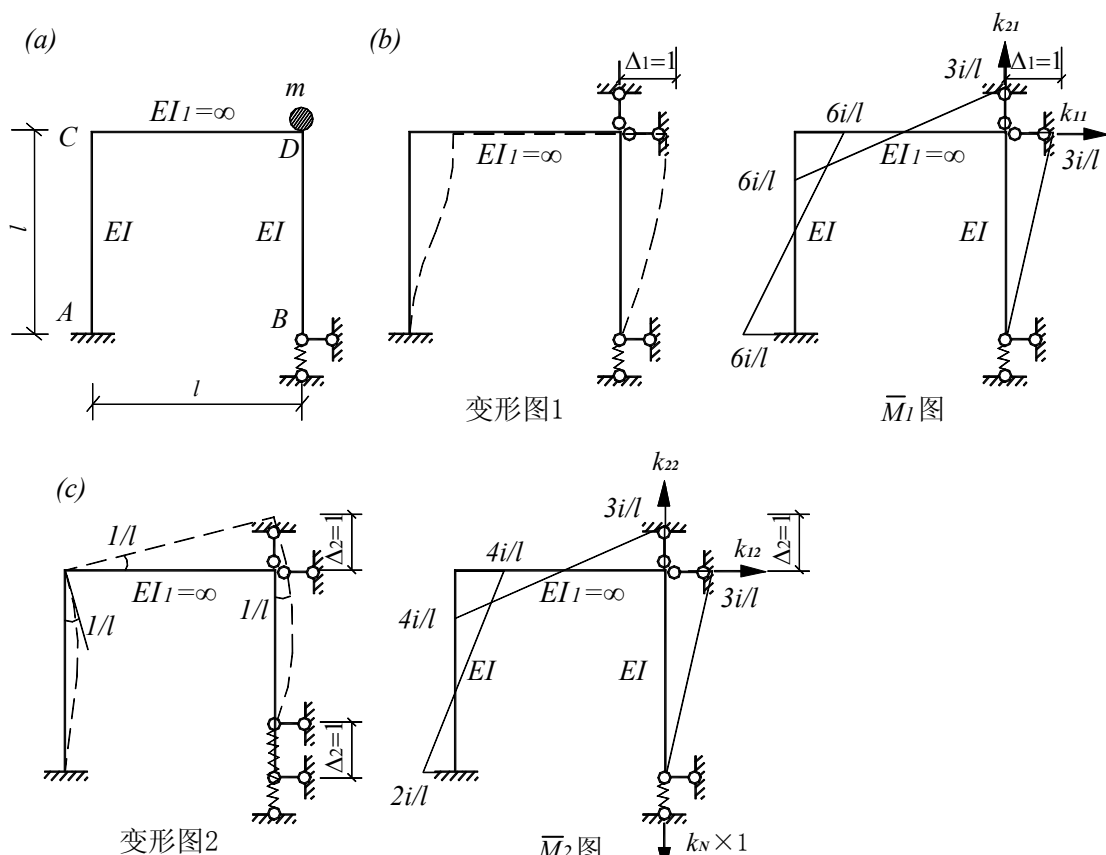
解：本题虽然有两个质量，但只有一个自由度，即水平振动。

$$\delta = \frac{1}{EI} \times \left(-\frac{1}{2} \times l \times \frac{3l}{8} \times \frac{l}{3} + \frac{1}{2} \times l \times \frac{5l}{8} \times \frac{2l}{3} \right) = \frac{7l^3}{48EI}$$

$$\text{自振频率 } \omega = \sqrt{\frac{1}{m\delta}} = \sqrt{\frac{48EI}{5m \times 7l^3}} = \sqrt{\frac{48EI}{35ml^3}}$$

$$\text{运动方程 } \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \Rightarrow \ddot{y} + \frac{48EI}{35ml^3} y = 0$$

八. 试求图示刚架结构的自振频率和阵型, 忽略杆件自身质量和轴向变形, 已知 B 支座弹簧刚度 $k_N = \frac{5EI}{l^3}$ 。



解: 本题有两个自由度, 假设水平方向为 1 方向, 竖直方向为 2 方向。用刚度法解。

(1) 求自振频率。先画出 \bar{M}_1 、 \bar{M}_2 图, 则易得刚度系数

$$k_{11} = \frac{15i}{l^2}, \quad k_{12} = k_{21} = \frac{9i}{l^2}, \quad k_{22} = \frac{7i}{l^2} + k_N = \frac{12i}{l^2}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{k_{11}}{m_1} + \frac{k_{22}}{m_2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_{11}}{m_1} + \frac{k_{22}}{m_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}{m_1m_2} \right)} \right]$$

$$\omega_1 = 2.092 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}, \quad \omega_2 = 4.756 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$$

(2) 求振型。

$$\frac{Y_{11}}{Y_{21}} = -\frac{k_{12}}{k_{11} - m_1 \omega_1^2} = -0.847 \text{ , } \frac{Y_{12}}{Y_{22}} = -\frac{k_{12}}{k_{11} - m_1 \omega_2^2} = 1.181$$