download.kaoyan.com

复旦大学

1990年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：计算机软件
计算机组织与系统结构
计算机应用

考试科目：数学分析与线性代数

（共 6 页）

1. 是非题（10分）

(1) n 阶矩阵满足乘法交换律：$AB=BA$。　　( )

(2) n 阶矩阵 A 必存在逆阵 A^{-1}。　　( )

(3) 如果 n 阶矩阵 A、B 可逆，转置阵 A^T、积 AB 一定可逆。　　( )

(4) 设 A、B 为 n 阶阵，又 $|A|\neq 0$，$|B|\neq 0$ 则 $|A+B|\neq 0$。　　( )

(5) n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 与 n 维单位向量组 $e_1,\cdots,e_n$ 等价，则 $\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_n$ 一定线性相关。　　( )

(6) 系数矩阵的秩为 $r\ (0<r<n)$ 的齐次线性方程组 $\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=0,\ i=1,\cdots,n$ 必存在由 $n-r$ 个解组

download.kaoyan.com

成的基础行系．（ ）

(7) 数域P上任意一个二次型都可以经过非退化的线性替换变成如下标准形：$d_1x_1^2+d_2x_2^2+\cdots+d_nx_n^2$．（ ）

(8) 实二次型 $f(x_1,x_2,\dots,x_n)=X^TAX$ 是正定的充分必要条件为矩阵A的行列式 >0．（ ）

(9) 数域P上两个n维线性空间一定是同构的．（ ）

(10) 设V是数域P上n维线性空间，则V的与全体线性变换可以交换的线性变换不一定是数乘变换．（ ）

2. 计算题（12分）

(1) 计算行列式D：

$$D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

(2) 设非齐次线性方程组

$$\begin{aligned} x_1-x_2&=a_1 \qquad & x_4-x_5&=a_4 \\ x_2-x_3&=a_2 \qquad & x_5-x_1&=a_5 \\ x_3-x_4&=a_3 \end{aligned}$$

download.kaoyan.com

试求方程组有解的充分必要条件，

并求出某一般解．

3. 证明题：（10分）

已知n阶矩阵A为降秩阵，

试证明A的伴随矩阵A^*也是降秩阵．

4. 设n阶实矩阵A：（8分）

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & b_{n-1} \\ b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & b_{n-1} & a \end{pmatrix}$$

求证A为正定矩阵的充要条件为

$$a > b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_{n-1}^2$$

download.kaoyan.com

5. 是非题：（10分）

(1) 设 $\{q_n\}$ 满足 $|q_n|<1$ $(n=1,2,\cdots)$，则 $q_n^n \to 0$ $(n\to\infty)$　（　）

(2). 设 $a_n \to a$，$b_n \to b$，则 $\dfrac{a_n}{b_n} \to \dfrac{a}{b}$．　（　）

(3). 对任意给定 $\varepsilon>0$，存在无限多个 x_n 使 $|x_n|<\varepsilon$，则 $\{x_n\}$ 是无穷小量．　（　）

(4). 对任意给定 $\varepsilon>0$，在 $\{x_n\}$ 中除有限项外都满足 $|x_n-a|<\varepsilon$，则 $x_n \to a$ $(n\to\infty)$　（　）

(5) 若 $a_n+b_n \to +\infty$，则 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 中至少有一个是正无穷大量．　（　）

(6). 若 $a_nb_n \to +\infty$，则 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 中至少有一个是正无穷大量．　（　）

(7) 设 f 在 (a,b) 连续，则 f 在 (a,b) 内有界．（　）

(8). 设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$，则 f 在 $(-\infty,+\infty)$ 连续．　（　）

(9). 设 $f(x)=\begin{cases} \sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0 & x=0, \end{cases}$ 则 f 在 $[-1,1]$ 不可积．　（　）

(10). 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin nx}{\sqrt[3]{n^4+x^4}}$，$x\in(-\infty,+\infty)$ 是一致收敛的．　（　）

download.kaoyan.com

6. (10分)

(1) 设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0), \end{cases}$

求 f_x, f_y.

(2) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{a_1^x+a_2^x+\cdots+a_n^x}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$

其中 $a_i>0$, a_i是常数 $(i=1,2,\cdots n)$

7. (10分)

当 $x\to 0$ 时, $3+\beta\ln(1+x^2)-3\cos(\sin x)$

是多少阶无穷小量? (其中β为参数)

8. (11分)

(1). 讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n^\alpha}$ 的收敛性.

(2). 设 $g(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{1+n^4(x-n)^2}$ $(x\geqslant 0)$

(i) 级数在什么范围内收敛? 为什么?

(ii) 级数在什么范围内一致收敛? 为什么?

download.kaoyan.com

9. (9分)

求 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}\cos ax\,dx$ 的值.

10. (10分).

(1). 求 $\int_l (1+xe^{2y})\,dx+(x^2e^{2y}-y)\,dy$

其中 l 是 $(x-2)^2+y^2=4$ 的上半圆周，方向自 $(0,0)$ 到 $(4,0)$.

(2). 求星形线 $x=a\cos^3 t$，$y=a\sin^3 t$

($0\le t\le 2\pi$，$a>0$，a为常数) 的全长。