

1991 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：计算机软件  
计算机组织与系统结构  
计算机应用

考试科目：数学分析与线性代数

(共 2 页)

## 1. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_4 = 5 \end{cases}$$

的通解，并找出满足  $x_1^2 = x_2^2$  的全部解。(10分)

## 2. 求下面矩阵的特征值和特征向量。(10分)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. 设  $A, B$  是两个  $n$  阶正交矩阵， $n$  为奇数。证明：行列式  $|(A-B)(A+B)| = 0$  (10分)

$$4. (1) \text{ 设 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

求在  $(0, 0)$  处的  $f_x$  和  $f_y$  之值。(6分)

(2) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{ctg x}$  (6分)

(3) 计算积分  $\int_0^1 y^2 dy \int_y^1 e^{-x^2} dx$  (6分)

5. 求  $y = (1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}) e^{-x}$  的极值, 其中  $n$  是自然数. (10分)

6. (1) 试问级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^2 x^2}$  在什么范围内一致收敛. (5分)

(2) 讨论级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{n}$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) 的收敛性. (5分)

7. 求幂级数  $\frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^n}{n(n+1)} + \dots$  的收敛半径  $R$ , 且在  $|x| < R$  内, 求它的和函数. (10分)

8. 求  $\int_L (4x^3 + e^y) dx + (\pi y^3 + x e^y - 2y) dy$  其中  $L$  为圆周  $x^2 + y^2 = a^2$ , 方向为逆时针. (10分)

9. 下面叙述, 如果是正确的, 请证明之. 否则举一反例来说明. (12分)

(1) 在  $(x_0, y_0)$  处, 如果二元函数  $f(x, y)$  的偏导数  $f_x$  和  $f_y$  都存在, 则在  $(x_0, y_0)$  处  $f(x, y)$  连续. (6分)

(2) 若  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$  收敛, 则  $\int_a^{+\infty} |f(x)| dx$  也收敛. (6分)