

复 旦 大 学

94 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业:

考试科目:

计算机专业二选
计算机组成
计算机操作系统
计算机应用

数学分析与线性代数

(共 3 页)

一. 选择题: (16分)

1. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 若 $\frac{1}{ax^2+bx+c} = o\left(\frac{1}{1+x}\right)$, 则 a, b, c 的值一定为 ().

- (A) $a=0, b=1, c=1$; (B) $a \neq 0, b=c$, c 为任意常数;
(C) $a \neq 0, b, c$ 为任意常数; (D) a, b, c 均为任意常数.

2. 设函数 $y(x) = \int_0^x (t+1) dt$, 则 $y(x)$ 有 ().

- (A) 极小值 $\frac{1}{2}$; (B) 极小值 $-\frac{1}{2}$;
(C) 极大值 $\frac{1}{2}$; (D) 极大值 $-\frac{1}{2}$.

3. 曲线 $y(x) = e^{-x^2}$ ().

- (A) 没有拐点; (B) 有一个拐点;
(C) 有二个拐点; (D) 有二个以上拐点.

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi}{n^2+1}$ 是 ().

- (A) 发散; (B) 绝对收敛; (C) 条件收敛.

二. 计算: (27分)

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt[n]{n} - 1)$.

2. 设 $f(x)$ 是偶函数, 且 $f'(x_0) = k \neq 0$,
求 $f'(x_0)$.

3. 求 $I = \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.

4. 设 $y = \sin(\sin e^x)$,
求 $\frac{dy}{dx}$.

5. 求第一类曲面积分:

$$\iint_{\Sigma} (x-y) dx dy + (y-z) x dy dz,$$

其中 Σ 为柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 及平面 $z=0, z=1$ 所围成立体 Ω 表面的外侧。

三. 级数、广义积分: (22分)

1. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (1 - \cos \frac{1}{n})$ 的敛散性.

2. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ 的和. (写明步骤和理由).

3. 讨论 $I = \int_0^{+\infty} \frac{x^{a-1}}{|x-1|^{a+b}} dx$ 的敛散性. (其中 a, b 是实参数).

四. 线性代数: (35分)

1. 计算下列各式

$$(1) \begin{vmatrix} 0 & a & b & a \\ a & 0 & a & b \\ b & a & 0 & a \\ a & b & a & 0 \end{vmatrix}$$

$$(2) \text{ 求 } \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}^n \text{ (} n \text{ 是正整数)}$$

的特征值与特征向量。

2. 判别下列各式

(1) 向量组 $(1, 1, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 6)$ 是否线性相关? 为什么?

(2) 矩阵
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

的秩是否为4? 为什么?

3. (1) n 阶方阵 A 是实对称阵, 并满足 $A^2 = 0$, 求证 $A = 0$.

(2) 证明任意 n 阶方阵均可写成对称阵与反对称阵之和。