

复 旦 大 学

1997 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业:

基础数学
计算数学
应用数学
运筹学与控制论

考试科目: 数学分析

(共 2 页)

一. 计算

$$1. \lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{\sin z}{z} \right)^{\frac{1}{z^2}},$$

$$2. y = x^2 \sin 2x, \text{ 求 } y^{(50)}$$

$$3. \int \frac{dx}{1 + \tan x}$$

$$4. \oint_C [x \cos(n, x) + y \cos(n, y)] ds, \text{ 其中 } C \text{ 为椭圆}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ } n \text{ 为它的外法线.}$$

$$5. \iint_D \ln \frac{x}{y^2} dx dy, \text{ } D \text{ 是由 } y=x, y=1, x=2 \text{ 围}$$

成的三角形

$$6. \text{ 计算由曲面 } x^2 + z^2 = a^2, x+y=\pm a, x-y=\pm a$$

围成的体积 (270).

(本题共40分,其中第1,2,3小题每题5分,第4,5小题每题8分,第6小题9分).

二. 讨论下列级数的收敛性:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \frac{\sin x}{1+x} dx$$

$$2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{12}}{\ln n}$$

(本题共15分,其中第1小题7分,第2小题8分)

三. 在平面直角坐标系 oxy 中有一以 y 轴对称的抛物线, 它与 ox, oy 两正半轴的交点分别为 A, B . 当 $|OA| + |OB|$ 为定值时, 为使这段抛物线与两坐标轴围成的图形绕 x 轴旋转得到的立体体积最大, $|OA| : |OB|$ 应取何值 (本题15分).

四. 设 f 在 $[0, 1]$ 连续, $f(1) = 0$, $g_n(x) = f(x)x^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. 证明 $\{g_n\}$ 在 $[0, 1]$ 上一致收敛 (本题15分)

五. 设 f 在 $(0, +\infty)$ 连续, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 0$. 证

明: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. (本题15分)