

復旦大學

2005 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目:量子力学

注意:答案请做在答卷纸上,做试题上一律无效。

(共 二 页)

- (1) 一粒子处在宽度为 a 的一维无限深势阱中,求在能量表象中粒子坐标 x 的矩阵元 $\langle n|x|m\rangle$, 式中 $|n\rangle, |m\rangle$ 是第 n 个和 m 个能量本征函数。(30 分)
- (2) 一个处于基态的氢原子,它的原子核忽然受到一个中子的轰击,使它得到速度 \bar{v} , 设在这个撞击下,氢原子既不激发,也不电离,求在碰撞后氢原子仍然处在基态的概率(30 分)
- (3) 已知轨道角动量 \vec{L} 在 \vec{n} 方向上的分量为

$$L_n = \vec{L} \cdot \vec{n} = L_x \sin \alpha \cos \beta + L_y \sin \alpha \sin \beta + L_z \cos \alpha$$

α, β 为已知的方向角,求在算符 L^2 和 L_z 的共同本征态 $|l, m\rangle$ 中算符 L_n

和 L_n^2 的平均值。(30 分)

- (4) 讨论一个由电子和正电子通过库仑吸引力结合而成的类氢原子体系。对角动量 $L = 0$ 态，这个体系在外磁场 $\vec{B} = B\hat{z}$ 下的哈密顿量可写成

$$H = H_0 + A\vec{S}_e \cdot \vec{S}_p + \frac{eB}{mc}(S_{ez} - S_{pz})$$

式中， A, e, m, c 为常数， \vec{S}_e, \vec{S}_p 分别为电子及正电子的自旋为 $1/2$ 的自旋算符。 H_0 是电子动能，正电子动能及电子与正电子之间的库仑能之和。

取 $A\vec{S}_e \cdot \vec{S}_p + \frac{eB}{mc}(S_{ez} - S_{pz})$ 作微扰，用微扰论求 H_0 由于自旋而导致的四度简并的基态能量变化至一级修正，并简单画出能量修正值随磁场变化图 (30 分)

- (5) 一个由三个非全同的自旋为 $1/2$ 的粒子组成的体系，其哈密顿量为

$$H = \frac{A}{\hbar^2} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \frac{B}{\hbar^2} (\vec{S}_1 + \vec{S}_2) \cdot \vec{S}_3$$

$\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3$ 分别为三个粒子的自旋算符，求体系的能级及各能级相应的简并度 (30 分)