

一、根据方框图求系统传递函数和误差传递函数。(20 分)

解:

1. 绘制系统的信号流图如下;

2. 计算 $C(s)/R(s)$ 和 $E(s)/R(s)$ 过程中, 关于回路和特征式的计算是完全相同, 可统一计算。

(注意互不接触回路的计算)

回路 $L_1 =$, $L_2 =$, $L_3 =$;

特征式 $\Delta =$ 。

计算 $C(s)/R(s)$:

前向通路 $P_1 = G_1 G_2 G_3$, $P_2 = G_4 G_3$;

特征子式 $\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$;

$$\frac{C(s)}{R(s)} =$$

计算 $E(s)/R(s)$:

前向通路 $P_1 =$; $P_2 =$;

特征子式 $\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$;

$$\frac{E(s)}{R(s)} =$$

二、已知单位反馈系统的开环传递函数如下, 试求静态位置误差系数 K_p , 静态速度误差系数 K_v , 静态加速度误差系数 K_a 。

知单位反馈系统的开环传递函数如下, 试求静态位置误差系数 K_p , 静态速度误差系数 K_v , 静态加速度误差系数 K_a

$$(1) \quad G(s) = \frac{50}{(0.1s+1)(2s+1)}; \quad \left\{ \begin{array}{l} K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \end{array} \right\}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{K}{s(s^2+4s+200)}; \quad \left\{ \begin{array}{l} K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) \end{array} \right\}$$

$$(3) \quad G(s) = \frac{10(2s+1)(4s+1)}{s^2(s^2+2s+10)}; \quad \left\{ \begin{array}{l} K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) \end{array} \right\}$$

解: (1) $K_p = 50$; $K_v = 0$; $K_a = 0$;

(2) $K_p = \infty$; $K_v = 0.005K$; $K_a = 0$;

(3) $K_p = \infty$; $K_v = \infty$; $K_a = 1$;

三、控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{k}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s - 15}$, 试画出该系统的根轨迹图, 并指出稳定情况下 K 的取值范围。(原题, 可以按以下步骤求解)

解: 根轨迹方程为: $\frac{k}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s - 15} = -1$

系统有 n 个开环极点: $P_1=$; $P_2=$; \dots

有 m 个开环零点: $Z_1=$; $Z_2=$; \dots

(1) 系统有 n 条根轨迹分支, 分别其于 P_1, P_2, \dots , 终于 Z_1, Z_2, \dots 和无穷远处;

(2) 实轴上根轨迹在区间 () () ()

(3) 渐近线:

(4) 根轨迹与实轴交点:

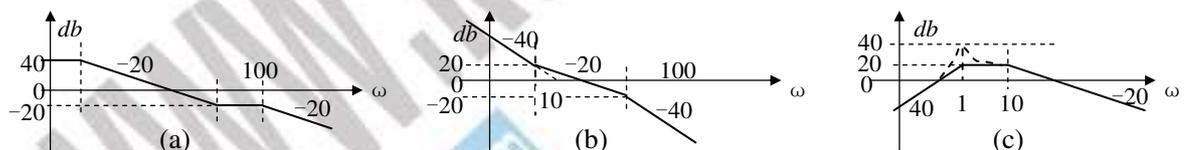
(5) 根轨迹与虚轴交点: (用劳斯表比较方便)

(6) 绘制系统的根轨迹如下:

由 (5) 知, 系统稳定时 K 的取值范围是? $\langle K \rangle$?

四、已知最小相位系统的对数幅频渐近特性如下, 试确定系统的开环传递函数。(这一题跟“08 知识要点与系统解析”上的题 5-12-b 图很类似, 难度也差不多, 最好把步骤写详细一些。)

5-12 已知最小相位系统的对数幅频渐近特性如下, 试确定系统的开环传递函数。



题5-12图 对数幅频渐近特性曲线

解: (a) $G(s) = \frac{K(T_2s + 1)}{(T_1s + 1)(T_3s + 1)}$; $(\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1000, \frac{\omega_2}{\omega_1} = 3 \frac{\omega_3}{\omega_2})$; $K = 100$, $T_2 = 0.1$, $T_3 = 0.01$, $T_1 = 100$;

$$G(s) = \frac{100(0.1s + 1)}{(100s + 1)(0.01s + 1)}$$

(b) $G(s) = \frac{K(T_1s + 1)}{s^2(T_2s + 1)}$; $K = 100$, $T_1 = 0.316$, $\omega_1 = \sqrt{10}$, $\omega_2 = 100\sqrt{10}$, $T_2 = 0.00316$;

$$G(s) = \frac{100(0.316s + 1)}{s^2(0.00316s + 1)}$$

$$(c) \quad G(s) = \frac{Ks^2}{(T_1^2s^2 + 2\zeta T_1s + 1)(T_2s + 1)}, \quad K = 10, \quad T_1 = 1, \\ \zeta = 0.05, \quad T_2 = 0.1;$$

$$G(s) = \frac{10s^2}{(s^2 + 0.1s + 1)(0.1s + 1)}.$$

五、若单位反馈系统的传递函数为 $G(s) =$ ，试确定系统稳定时的 K 值范围。

(这一题跟“08 知识要点与系统解析”上的题 5-19 很类似，难度也差不多)

$$5-19 \quad \text{若单位反馈系统的传递函数为 } G(s) = \frac{Ke^{-0.8s}}{s+1}, \text{ 试确定系统稳定时的 } K \text{ 值范围。}$$

解：计算临界点， $\angle G(j\omega_c) = -0.8\omega_c - \arctan \omega_c = -\pi$ ， $|G(j\omega_c)| = K_c / (1 + \omega_c^2)^{1/2} = 1$ ；

$$\omega_c = 2.44822, \quad K_c = 2.64458;$$

使闭环系统稳定的 K 值范围： $0 < K < 2.64$ 。

六、校正题。(题目出的很难，也记不住了，可以看下题)

设单位负反馈系统的开环传递函数

$$G_0(s) = \frac{40}{s(0.2s+1)(0.0625s+1)},$$

(1) 若要求相角裕度 $> 30^\circ$ ，幅值裕度 $10 \sim 12\text{dB}$ ，试设计串联超前校正环节；

(2) 若要求相角裕度 $> 50^\circ$ ，幅值裕度 $30 \sim 40\text{dB}$ ，试设计串联滞后校正环节；

解：本题未提出剪切频率指标，为便于计算选取适当的 ω_c 。

$$(1) \quad \text{设校正后的开环传递函数为 } G(s) = \frac{40}{s(as+1)(bs+1)}; \text{ 于是有:}$$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(a\omega_c) - \arctan(b\omega_c) = 30^\circ,$$

$$\arctan \frac{a\omega_c + b\omega_c}{1 - ab\omega_c^2} = 60^\circ, \quad \sqrt{3}ab\omega_c^2 + (a+b)\omega_c - \sqrt{3} = 0;$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{40}{\omega_c \times \sqrt{a^2\omega_c^2 + 1} \times \sqrt{b^2\omega_c^2 + 1}} = 1,$$

$$\omega_c^2(a^2\omega_c^2 + 1)(b^2\omega_c^2 + 1) = 1600;$$

$$-90^\circ - \arctan(a\omega_g) - \arctan(b\omega_g) = -180^\circ, \quad \omega_g = 1/\sqrt{ab};$$

$$20\log |G(j\omega_g)|^{-1} = 20\log \frac{a+b}{40ab} = 10 \sim 12 \quad ; \quad \text{可取} \quad \frac{a+b}{ab} = (126.5 \sim 159.2) = C \quad ;$$

可知，计算相当烦琐。设计串联超前校正环节及满足幅值裕度要求，试探选取

$$a = 0.03 < 0.2 \quad \text{和} \quad b = 0.01 < 0.0625 \quad (C = 133.33) \quad ; \quad \text{即} \quad G(s) = \frac{40}{s(0.03s+1)(0.01s+1)} \quad ;$$

检验：计算得 $\omega_c = 28.99 \text{ rad/s}$; $\gamma = 32.8^\circ$;

$$(\omega_g = 57.735 \text{ rad/s} \quad ; \quad 20\log k_g = 20\log(0.04/0.012) = 10.46 \quad , \quad 10 < 20\log k_g < 12 \quad ; \quad)$$

答案：所求超前校正网络为 $G_c(s) = \frac{(0.2s+1)(0.0625s+1)}{(0.03s+1)(0.01s+1)}$, 两级串联超前校正网络。

$$\text{或选取} \quad a = 0.032 \quad \text{和} \quad b = 0.008 \quad (C = 156.25) \quad ; \quad \text{即} \quad G(s) = \frac{40}{s(0.032s+1)(0.008s+1)} \quad ;$$

检验：计算得 $\omega_c = 28.71 \text{ rad/s}$; $\gamma = 34.5^\circ$;

$$(\omega_g = 62.5 \text{ rad/s} \quad ; \quad 20\log k_g = 20\log(0.04/0.01024) = 11.8\text{dB} \quad , \quad 10 < 20\log k_g < 12 \quad ; \quad)$$

对应的超前校正网络为 $G_c(s) = \frac{(0.2s+1)(0.0625s+1)}{(0.032s+1)(0.008s+1)}$, 两级串联超前校正网络。

(2) 本题对幅值裕度要求很高。考虑滞后校正对 ω_g 处的相角影响，取校正后

$$\omega_g = 8.5 \text{ rad/s} \quad ;$$

$$\text{有} \quad \angle G_0(j8.5) = -90^\circ - \arctan 1.7 - \arctan 0.531 = -177.5^\circ \quad ; \quad \text{留有} \quad \angle G_c(j8.5) = -2.5^\circ \quad ;$$

$$\text{据幅值裕度要求} \quad 20\log k_g = 30 \sim 40 \quad ; \quad \text{取} \quad k_g = 57 \quad ;$$

$$|G_0(j8.5)| = 40 / (8.5 \times 1.97 \times 1.13) = 2.11 \quad ;$$

再由 $|G_c(j8.5)| \times |G_0(j8.5)| = 1/57$ 得知 $\beta = G_g(j8.5) = 120$; 此时可计算校正后的剪切频率，

$$\text{设} \quad \angle G_0(j\omega_c) = -95^\circ \quad ; \quad \angle G_c(j\omega_c) = -35^\circ \quad , \quad \text{得} \quad \omega_c = 0.3325 \text{ rad/s} \quad ;$$

由于 $\beta = 120$ 过大，且 $\omega_c = 0.3325 \text{ rad/s}$ 又很小，需要采用三级滞后校正，参数分配为

$$\beta = \beta_1 \times \beta_2 \times \beta_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

计算各校正环节参数时, 准确保证 β_i 的值, 并限制滞后相角。计算得到:

$$G_{c1}(s) = \frac{10s+1}{62.6s+1}; \quad G_{c2}(s) = \frac{15s+1}{76.4s+1}; \quad G_{c3}(s) = \frac{20s+1}{80.9s+1};$$

检验校正环节:

$$|G_{c1}(j0.3325)| = 1/6.002; \quad |G_{c2}(j0.3325)| = 1/4.998; \quad |G_{c3}(j0.3325)| = 1/4.003;$$

$$\angle G_{c1}(j0.3325) = -14.0^\circ; \quad \angle G_{c2}(j0.3325) = -9.1^\circ; \quad \angle G_{c3}(j0.3325) = -11.5^\circ;$$

$$\text{则有 } \gamma = 180 - 95 - 14 - 9.1 - 11.5 = 50.4^\circ;$$

$$\angle G_{c1}(j8.5) = -0.57^\circ; \quad \angle G_{c2}(j8.5) = -0.36^\circ; \quad \angle G_{c3}(j8.5) = -0.46^\circ;$$

$$\angle G_c(j8.5) = -1.39^\circ;$$

计算表明, 校正后 ω_g 在 8.5 ~ 8.9 间, 按 $\omega_g = 8.5 \text{ rad/s}$ 计算,

$$|G_0(j8.5)| \times |G_c(j8.5)| = 2.11 / (6.26 \times 5.09 \times 4.14) = 1/62.52$$

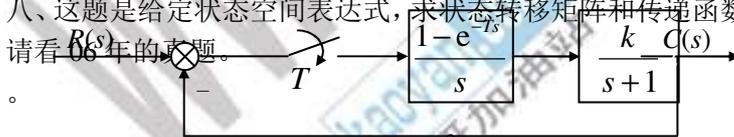
$$20 \log(62.52) = 35.9 \text{ db};$$

检验结果表明设计满足要求, 校正环节为:

$$G_c(s) = \frac{(10s+1)(15s+1)(20s+1)}{(62.6s+1)(76.4s+1)(80.9s+1)} \quad \text{或} \quad G_c(s) = \frac{(10s+1)(15s+1)(11s+1)}{(62.6s+1)(76.4s+1)(45.5s+1)}.$$

七、离散系统方框图如图。采样周期 $T=1$, 设 $k=10$, 分析系统的稳定性, 并求出系统临界稳定的放大系数 k 。(原题, 此题是哈工程 01 年真题)

八、这题是给定状态空间表达式, 求状态转移矩阵和传递函数, 主要是拉普拉斯变换的应用。请看 06 年的真题。



八(15 分)求二阶线性定常系统 $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ 的状态空间表达式及其状态转移矩阵。

解: 状态空间表达式(能控标准形实现)为($u(t) \equiv 0$)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \quad 0] x;$$

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{s^2 + \omega^2} \begin{bmatrix} s & 1 \\ -\omega^2 & s \end{bmatrix};$$

该实现的状态转移矩阵为 $\Phi(t) = \begin{bmatrix} \cos t & \sin t / \omega \\ -\omega \sin t & \cos t \end{bmatrix}$ 。

九、设关联系统 $\Sigma 1$ 和 $\Sigma 2$ 的状态空间表达式为（原题）：

$$\Sigma 1: \quad \dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 \quad y_1 = [21] x_1,$$

$$\Sigma 2: \quad \dot{x}_2 = -2x_2 + u \quad y_2 = x_2$$

求出关联系统的 Σ 能控性和能观性，并求出传递函数。

解：关联有两种情况，并联和串联，因此这题要分并联和串联两种情况讨论。

十、设计状态观测器，这题没记清，题目不难，好好看教材就行了。