

沈阳农业大学 2009 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 360 数学 (高等数学部分) 共 2 页

分 值: 100 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效

一、填空题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 - e^x}{2 + x} \right)^{\frac{1}{\sin x}} =$ _____.

2. 变下列积分为极坐标系下的二次积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_x^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy =$ _____.

3. 设 $y = e^{g^2(\frac{1}{x})}$, 其中 g 可导, 则 $dy =$ _____.

二、单项选择题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. $\int_{e^{-1}}^e |\ln x| dx = [\quad]$

(A) $2 - \frac{2}{e}$; (B) $1 - \frac{2}{e}$; (C) $2 + \frac{2}{e}$; (D) $-2 - \frac{2}{e}$.

2. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - ax - bx^2}{x^2} = 2$, 则常数 $[\quad]$

(A) $a = -1, b = \frac{5}{2}$; (B) $a = 1, b = -\frac{5}{2}$; (C) $a = -1, b = -\frac{5}{2}$; (D) $a = 1, b = \frac{5}{2}$.

3. 设函数 $f(x)$ 连续且满足 $f(x) = -x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $f(x) = [\quad]$

(A) $f(x) = x + 1$; (B) $f(x) = x - 1$; (C) $f(x) = -x + 1$; (D) $f(x) = -x - 1$.

三、完成下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分)

1. 计算 $\int \frac{x^3 dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

2. 已知圆 $(x-b)^2 + y^2 = a^2$, 其中 $b > a > 0$, 求此圆绕 y 轴旋转所构成的旋转体的体积.

3. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. 计算 $\iint_D \ln(100 + x^2 + y^2) d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$.

四、(本题满分 16 分)

1. (10 分) 求证: 当 $x > 0$ 时, $(1+x)\ln^2(1+x) < x^2$.

2. (6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有二阶导数, 且 $f(1)=0$, 又 $F(x)=x^{\frac{3}{2}}f(x)$,

证明: 在开区间 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ , 使 $F''(\xi)=0$.

五、(本题满分 13 分)

要造一个容积为 am^3 的无盖长方形水箱, 问这个水箱的长、宽、高各为多少米时, 用料最省?

六、(本题满分 13 分)

设 $f(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的连续函数, 且满足 $\frac{x}{2}[1+f(x)] - \int_1^x f(t)dt = \frac{x^3+2}{6}$, 求 $f(x)$.

沈阳农业大学 2009 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 数学 (概率论部分) 共 2 页

分 值: 50 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设随机事件 A, B 及其和事件 $A \cup B$ 的概率分别为 0.4, 0.3, 0.6, \bar{B} 表示 B 的对立事件, 则 $P(A\bar{B}) =$ _____。

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(1, 2)$, $Y \sim N(0, 1)$, 并设 $Z = 2X - Y + 3$, 则随机变量 Z 的方差 $DZ =$ _____。

二、单项选择题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 事件 A, B 中只有一个发生的概率为 ()

(A) $P(A) + P(B) - P(AB)$

(B) $P(A) + P(B)$

(C) $P(A) + P(B) - 2P(AB)$

(D) $P(A) - P(B)$

2. 已知随机变量 X 的数学期望 EX 及方差 DX 存在, 而 X 的分布未知, 则对于任何实数 $a, b (a < b)$, 都可估计出概率的为 ()

(A) $P(a < X < b)$

(B) $P(a < X - EX < b)$

(C) $P(-a < X < a)$

(D) $P(|X - EX| \geq b - a)$

三、计算题 (本题共 4 道题, 满分 34 分)

1. (本题满分 8 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x}, & 0 < x < e-1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求

$Y = \sqrt{X}$ 的概率密度函数。

2. (本题满分 8 分) 已知随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

求 (1) 常数 A ; (2) $P\{X + Y \geq 1\}$

3. (本题满分 10 分) 已知随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, $Y \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$,

$Z = \begin{cases} 1, & X+Y \text{ 为偶数} \\ 0, & X+Y \text{ 为奇数} \end{cases}$, 求 (1) Z 的分布; (2) (X, Z) 的联合分布; (3) X 与 Z 是

否相互独立。

4. (本题满分 8 分) 设 $X \sim N(1, 3^2)$, $Y \sim N(0, 4^2)$, 且 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$, 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$.

求 (1) Z 的数学期望 EZ 及方差 DZ ; (2) 随机变量 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} ; (3) 判

断随机变量 X 与 Z 是否不相关?