沈阳工业大学

2008年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：线性代数与常微分方程 **第 1 页 共 2 页**

一、（15分）计算n阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & -1 \\ \alpha_n & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-3} & & \alpha_2 & \lambda+\alpha_1 \end{vmatrix}$$

二、（15分）证明方程组 $Ax=b$ 对任何 b 有解的充要条件是 b 可以用 A 的列 $A_1,\cdots A_n$ 线性表出。其中 A 是 $m\times n$ 矩阵。

三、（15分）证明：若 $A_{m\times n}$ 行满秩（$m\le n$），则 AA^T 是非奇异的。

四、（15分）证明相似矩阵有相同的特征值。

五、（15分）令 $R^{m\times n}=\{A \mid A$ 是 $m\times n$ 的实矩阵$\}$，证明 $R^{m\times n}$ 是实数域上的 $m\times n$ 维线性空间。

六、（20分）将方程 $\ddot{x}=-kx-b\dot{x}$ 化成线性方程组，且求其基本解阵。其中 k，b 为实常数。

沈阳工业大学

2008 年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称： 线性代数与常微分方程 **第 2 页 共 2 页**

七、(20分) 证明：若方程组 $\dot{x}=Ax$ 中 A 为实矩阵，它有 n 个不同的特征值且均为负实部，则存在 $\alpha>0$ 和 $C>1$ 使对任何初值 x_0 都有 $\|e^{At}x_0\|\le Ce^{-\alpha t}\|x_0\|$。

八、(15分) 给出方程组 $\dot{x}=Ax(t)+f(t)$ 的满足 $x(t_0)=x_0$ 的解的表达式。其中 A 为实常阵，$f(t)$ 为已知向量函数。

九、(20分) 证明：对于一维方程 $\dot{x}=f(x)$，其中 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 均连续，x_0 是系统（方程）的平衡点，证明当 $f'(x_0)<0$ 时，该平衡点 x_0 是渐近稳定的。