沈阳工业大学

2011年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：线性代数与常微分方程 **第 1 页共 1 页**

一、（15 分）设n阶方阵A,B满足条件$A+B=AB$，证明$(A-I)$可逆且给出其逆的表达式，其中I为单位阵。

二、（15 分）非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+x_4+2x_5=7 \\ x_1+2x_2+3x_3+4x_4+5x_5=15 \\ 2x_1+3x_2+5x_3+5x_4+7x_5=22 \end{cases}$$

是否有解，如有解求其解。

三、（15 分）证明：若n阶方阵A有n个互不相同的特征值，则它相似于对角阵。

四、（15 分）设W是数域K上的一个n维线性空间，Ψ是W上的一个线形变换，试证明Ψ的值域是W的一个子空间。

五、（15 分）设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$是$m(m\ge n)$维欧氏空间$W$中的$n$个向量，试证明$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$线性无关的充分条件是矩阵$A=(a_{i,j})_{n\times n}=((\alpha_i,\alpha_j))_{n\times n}$是满秩的，其中$(\alpha_i,\alpha_j)$表示向量$\alpha_i$与向量$\alpha_j$的内积。

六、（20 分）利用参数变易法求非齐次线性常微分方程$\dfrac{dx}{dt}+P(t)x=Q(t)$的通解。

七、（20 分）借助“解的存在和唯一性定理”证明：n阶线性齐次方程组$\dfrac{dx}{dt}=A(t)x$有n个线性无关的解，其中$x=(x_1(t)x_2(t)\cdots x_n(t))^T$，$A(t)=(a_{i,j}(t))_{n\times n}$。

八、（15 分）设$A=diag(a_1\cdots a_n)$，其中$a_1,\cdots a_n$均为实常数，求e^{At}。

九、（20 分）应用李雅普诺夫方法给出微分方程组$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=y+ax^3\\ \dfrac{dy}{dt}=-x+ay^3\end{cases}$零解$(0,0)$的稳定性，其中$a$为常数。