

大连理工大学二〇〇三年硕士生入学考试

《数学物理方法》 试题 共 页

注: 答题必须注明题号答在答题纸上, 否则试卷作废!

一、基本题 (60 分)

1. 简述复变函数导数的存在与实变函数导数的存在有什么区别, 并写出直角坐标系下的柯西-黎曼 (C-R) 条件。
2. 设 $z = re^{i\theta}$, 求函数 $w = \sqrt[3]{z}$ 的模及辐角。
3. 将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$ 在 $z = 1$ 的邻域内展开为洛朗级数。
4. 如果函数 $f(x)$ 在区间 $-\infty < x < \infty$ 内存在, 请写出该函数的复数形式的傅立叶积分公式及反变换式。
5. 对于拉普拉斯变换, 已知像函数为 $F(p) = \frac{\omega}{p(p^2 + \omega^2)}$, 请写出原函数 $f(t)$ ($t > 0$)。
6. 一个长度为 l 的均匀细杆, 一端保持恒温 u_0 , 另一端热流进入, 其强度为 q_0 , 写出这个热传导问题的边界条件。
7. 简述在齐次边界条件下求解一维非齐次波动方程的基本步骤。
8. 写出虚宗量 Bessel 方程, 它经过什么样的变换可以变成 Bessel 方程?
9. 简述勒让德方程的本征值问题是如何确定的? 并写出该本征值。
10. 在轴对称情况下, 拉普拉斯方程 $\nabla^2 u = 0$ 在球坐标系中的变量分离形式的通解式什么?

二、利用柯西积分公式求下列环路积分 (10 分)

$$(1) \int_C \frac{e^z}{z^2 + 5z + 6} dz, \text{ 其中 } C: |z| = 1$$

$$(2) \int_C \frac{\sin z}{z^2} dz, \text{ 其中 } C: |z| = 2$$

三、利用留数定理计算如下积分

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x e^{imx}}{x^2 + a^2} dx \quad a > 0, m > 0$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - 2p \cos x + p^2}, (0 < p < 1)$$

四、有一长为 l 两端固定的均匀弦, 初始时弦被拉开 (如图所示), 待运到平衡后突然放手。试确定该弦的振动规律 (20 分)