河北大学2005年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理 等离子体物理，光学		高等数学	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

一、单项选择题(本大题共6小题，每小题4分，共24分)

1. （　　）

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x+4e^{-x}}{3e^x+2e^{-x}}=$$

$A.\frac{1}{3}$　$B.2$　$C.1$　$D.$ 不存在

2.

$$f(x)=\begin{cases}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}, & 当x\neq 0\\ a, & 当x=0\end{cases}，在x=0处连续则a=(\quad)$$

$(A).-e$　$(B).-\sqrt{e}$　$(C).\frac{1}{e}$　$(D)\frac{1}{\sqrt{e}}$

3. （　　）

设$f(x)=x^3(x-1)^2$,则关于$f(x)$的极值,以下判断正确的是

(A)　$x=0$不是极值点,$x=1$是极值点

(B)　$x=0$是极值点,$x=1$不是极值点

(C)　$x=0$是极值点,$x=1$也是极值点

(D)　$x=0,x=1$都不是极值点

4. $\frac{d}{dx}(\int_x^b \ln^2 t dt)$ = （　　）

A. $2\ln x$;　B. $\ln^2 t$　C. $\ln^2 x$　D. $-\ln^2 x$

download.kaoyan.com

河北大学 2005 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理 等离子体物理，光学		高等数学	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

5.

（　　）

设$M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x dx, N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)dx, P=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin^3 x-\cos^4 x)dx,$

则有

(A)　$N<P<M$　(B)　$M<P<N$

(C)　$N<M<P$　(D)　$P<M<N$

6.

（　　）

设 D_1 是由 ox 轴，oy 轴及直线 $x+y=1$ 所圈成的有界闭域，f 是区域 D：$|x|+|y|\leqslant 1$ 上的连续函数，则二重积分

$$\iint\limits_{D} f(x^2,y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \underline{\qquad\qquad} \iint\limits_{D_1} f(x^2,y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

(A) 2　　(B) 4　　(C) 8　　(D) $\frac{1}{2}$

二、填空题（本大题共 **6** 小题，每小题 **4** 分，共 **24** 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+\sin x)^x-1}{x}=$ ________。

2. 设$f(x)$连续，且$F(x)=(x-a)\int_a^x f(t)dt$，$a$为某常数，则$F'(a)=$ ________。

3. 设$u=\frac{x}{y^2}$，则$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$ ____ 。

4. 曲线$y=e^x(x\leq 0), x=0, y=0$所围成的平面图形绕ox轴旋转所得旋转体的体积及绕oy轴旋转所得旋转体的体积分别为 _____ 及 _____。

download.kaoyan.com

河北大学2005年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理 等离子体物理，光学		高等数学	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

5．微分方程 $y''+y=x$ 的通解为________。

6．级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-1}$ 的收敛域为 ____________。

三、解答下列各题(本大题共9小题，总计72分)

1．求极限 $\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1-x)^2}{\tan x\cdot\sin^3 x}$

2．设 $y=\ln f(\sqrt{1+\sin^2 x})\cdot e^{3x}$，其中 $f(u)>0$，且可导．求 $y'(x)$.

3．设 $z=z(x,y)$ 由方程 $z=x+y\varphi(z)$ 所确定，其中 φ 二阶可导，且 $1-y\varphi'(z)\neq 0$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

4．计算 $\oint_l(\mathrm{e}^x\sin y-\frac{y^2}{2})\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x\cos y-\frac{1}{2})\mathrm{d}y$，其中 l 是上半圆周 $x^2+y^2=2x$ $(y>0)$ 和 x 轴围成平面区域边界的正向.

5．计算 $\iint_D y\mathrm{e}^{xy}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 为 $x=1,x=2,y=2,xy=1$ 所围成的平面区域。

6．计算 $\int\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$

7．求椭球面 $2x^2+3y^2+z^2=9$ 的平行于平面 $2x-3y+2z+1=0$ 的切平面方程。

download.kaoyan.com

河北大学 2005 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理 等离子体物理，光学		高等数学	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

8．计算 $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + zdxdy$，式中 S 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的外表面。

9．求微分方程 $y'=\dfrac{1}{x\cos y+\sin 2y}$ 得通解。

四、（6 分）

证明不等式 $\dfrac{\pi}{2}<\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{2}\sin^2 x}}dx<\dfrac{\pi}{\sqrt{2}}$.

五、（8 分）

试确定常数 a, b 的值，使函数 $f(x)=\begin{cases}1+\ln(1-2x), x\le 0\\ a+be^x, x>0\end{cases}$

在 x=0 处可导，并求出此时的 $f'(x)$。

六、（6 分）

求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n+1}}{n(n+1)}$ 的和函数并指出和函数成立的收敛区间。

七、（10 分）

设 $f(x)$ 在[0，1]上连续，再（0，1）内可导，且 $f(0)=f(1)=0, f(\frac{1}{2})=1$

试征：至少存在一个 c∈(0, 1)，使 $f'(c)=1$。

download.kaoyan.com