63/ 638

河北大学2006年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		数学分析 326	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

一（10分）已知 $f(x)=\begin{cases}x, x<1\\ a, x\geq 1\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}b, x<0\\ x+2, x\geq 0\end{cases}$，其中 a，b 为常数，写出 $f\left[g(x)\right]$ 的表达式

二、（15分）求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{a_1^{\frac{1}{x}}+a_2^{\frac{1}{x}}+\cdots+a_n^{\frac{1}{x}}}{n}\right)^{nx}$，（$a_i>0, i=1,2\ldots$）

三、（15分）设 $y=f(x)$ 为定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的已知可导函数且对任意实数 a,b 均满足 $f(a+b)=e^a f(b)+e^b f(a)$，又已知 $f'(0)=e$ 求 $f'(x)$ 的表达式（不必求出 f(x)的表达式）。

四、（15分）假设函数 $f(x)$ 在 $\left[a,b\right]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)\leq 0$，

记 $F(x)=\dfrac{1}{x-a}\displaystyle\int_a^x f(t)dt$，证明，在 (a,b) 内 $F'(x)\leq 0$。

五、（15分）设有两条抛物线 $y=nx^2+\dfrac{1}{n}$ 和 $y=(n+1)x^2+\dfrac{1}{n+1}$，记它们交点的横坐标的绝对值为 a_n。

（1）求这两条抛物线所围成的平面图形的面积 s_n；

（2）求级数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{s_n}{a_n}$ 的和。

637 638

河北大学2006年硕士研究生入学考试试卷

卷别：A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
基础数学、应用数学		数学分析 326	

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

六、(15 分) 设闭曲线 C 是由抛物线 $y=x^2-1$ $(-1\le x\le 2)$ 和连接两点 $A(-1,0)$ 与 $B(2,3)$ 的线段所组成，计算曲线积分(取正向) $I=\int\frac{-ydx+xdy}{x^2+y^2}$

七、(15 分) 设 Z 为 x,y 的可微函数，试将方程：$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$ 变换成 w=w(u ,v)的方程 ，假设 $x=u$，$y=\frac{u}{1+uv}$，$z=\frac{u}{1+uw}$

八、(15 分) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\ln\frac{1}{u_n}}{\ln n}=q$ 存在，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ $(u_n>0)$ 当 q>1 时收敛。

九、(20 分) 设有幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{n}+\frac{2^n}{n^2})x^n$，求

(1) 收敛半径及收敛域

(2) 和函数在收敛区间内的导函数

十 (15 分) 计算曲面积分：

$$I=\iint\limits_{\Sigma}2x^3dydz+2y^3dzdx+3(z^2-1)dxdy$$

其中Σ是曲面 $z=1-x^2-y^2(z\ge 0)$ 的上侧。