

638 640 641 64

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理, 等离子体物理, 光学		高等数学 327	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、单项选择题(每小题 3 分, 共 18 分)

1、设 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2}, & \text{当 } x < 0 \\ \frac{\sin x}{x+1}, & \text{当 } x \geq 0 \end{cases}$

则关于 $f(x)$ 的连续性的正确结论是 (AD)

- (A). $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续 (B). 只有一个间断点 $x = 0$
 (C). 只有一个间断点 $x = -1$ (D). 有两个间断点

2、曲线 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的图形 (D)

- (A) 有二个拐点 $(e, \frac{1}{e}), (e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}})$ 而无渐近线
 (B) 一个拐点 $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}})$ 及一条渐近线 $y = 0$
 (C) 一个拐点 $(e, \frac{1}{e})$ 及一条渐近线 $x = 0$
 (D) 一个拐点 $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}})$ 及二条渐近线 $x = 0, y = 0$

3、 $\lim_{x \rightarrow +0} x \sqrt{\cos \frac{2}{x^2}}$ D

- (A) 等于 0; (B) 等于 $\sqrt{2}$;
 (C) 为无穷大; (D) 不存在, 但不是无穷大.

本试题共 4 页, 此页是第 1 页。

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理, 等离子体物理, 光学		高等数学 327	

4、由曲线 $y = \sqrt{1 - (x-1)^2}$ 与直线 $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ 所围平面图形绕 oy 轴

旋转成的立体的体积 $V = (17)$

(A) $\pi \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3y^2 dy - \pi \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 (1 - \sqrt{1 - y^2})^2 dy$

(B) $\pi \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3y^2 dy - \pi \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 (1 + \sqrt{1 - y^2})^2 dy$

(C) $\pi \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3y^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{1 - y^2})^2 dy$

(D) $\pi \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 (1 + \sqrt{1 - y^2})^2 dy + \pi \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3y^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{1 - y^2})^2 dy$

5、二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 B

(A) 连续、偏导数存在

(B) 连续、偏导数不存在

(C) 不连续、偏导数存在

(D) 不连续、偏导数不存在

6、两平面 $x - 2y - z = 3, 2x - 4y - 2z = 5$ 各自与平面 $x + y - 3z = 0$ 的交线是(B)

(A) 相交的

(B) 平行的

(C) 异面的

(D) 重合的

二、填空(每小题 3 分, 共 18 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x + \sin x)^{2x} - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$ 。

2、设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$ 。

3、设 $f(x)$ 有连续导数, L 是单连通域上任意简单闭曲线, 且 $\oint_L e^{2y} [x dx + f(x) dy] = 0$, 则 $f(x) = x^2 + C$ (其中 C 为任意常数)

本试题共 4 页, 此页是第 2 页。

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理, 等离子体物理, 光学		高等数学 327	

4、计算 $\oint_{\Sigma} y dx dy = \underline{\pi a^4}$, 其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 的外侧, a 为正数。

5、设 $f(x, y)$ 为连续函数, 则二次积分

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x, y) dx \quad \text{交换积分次序后为} \quad \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$$

6、微分方程 $y'' + y = 2x$ 的通解为 $y = \underline{2x + C_1 + C_2 x}$ (C_1, C_2 为任意常数)

三、计算题 (每小题 10 分, 共计 90 分)

1、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2}(1 - \cos x), & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \frac{1}{x} \int_0^x \cos t^2 dt, & x > 0 \end{cases}$

试讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性。

2、设 $\arctan \frac{y}{x} = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$, 求 y' 与 y'' 。

3、求不定积分 $\int \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}} dx$ 。

4、试计算曲线积分 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, 其中 L 是在圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的一段弧。

5、已知 $z = f(x \ln y, x - y)$, 求 $z''_{xx}, z''_{xy}, z''_{yy}$ 。

6、在曲面 $xy = z$ 上求一点, 使该点的法线垂直于平面 $x + 3y + z + 9 = 0$, 并写出该法线方程。

河北大学 2006 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	研究方向	考试科目	考试时间
原子与分子物理, 等离子体物理, 光学		高等数学 327	

7. 计算二重积分 $\iint_D |x^2 + y^2 - 4| dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 9$.

8. 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (y^2 - x) dy dz + (z^2 - y) dz dx + (x^2 - z) dx dy$

其中 Σ 是曲面 $z = 2 - x^2 - y^2, (1 \leq z \leq 2)$ 的上侧。

9. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^n$ 的收敛区间及其在收敛区间中的和函数。

四、证明题 (本题 12 分)

函数 $f(x)$ 对于一切实数 x 满足微分方程

$$xf''(x) + 3x[f'(x)]^2 = 1 - e^{-x}$$

(1) 如果 $f(x)$ 在点 $x=c (c \neq 0)$ 有极值, 证明它是极小值。

(2) 如果 $f(x)$ 在点 $x=0$ 有极值, 它是极小值还是极大值?

五、应用题 (本题 12 分)

一个质量为 m 的质点从静止徐徐地沉入液体, 当徐徐沉入时, 液体的阻力与下沉的速度成正比, 求这质点的运动方程。