

051 河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

学科、专业	考试科目代码	考试科目名称	备注
070101 基础数学			
070104 应用数学			
070105 运筹学与控制论	615	数学分析	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、(本题满分 10 分)

若 $x_n \rightarrow a$, 且 $a > b$ (b 为常数), 则有一正整数 N , 当 $n > N$ 时, 有 $x_n > b$.

二、(本题满分 10 分)

设 $x_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$, 求数列 $\{x_n\}$ 的极限.

三、(本题满分 10 分)

$$\text{求 } \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right) \sin \frac{\pi}{n^2} + \left(1 + \frac{2}{n} \right) \sin \frac{2\pi}{n^2} + \cdots + \left(1 + \frac{n}{n} \right) \sin \frac{n\pi}{n^2} \right].$$

四、(本题满分 10 分)

$$\text{求 } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

五、(本题满分 10 分)

设函数 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) > g(a)$, $f(b) < g(b)$. 试证, 在 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使 $f(\xi) = g(\xi)$.

六、(本题满分 10 分)

$$\text{证明级数 } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \text{ 收敛.}$$

七、(本题满分 15 分)

若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内有二阶导数, 且

$$f(a) = f(b) = 0, f(c) > 0, c \in (a, b), \text{ 则存在 } \xi \in (a, b), \text{ 使 } f''(\xi) < 0.$$

河北大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: A

八、(本题满分 15 分)

求函数 $f = a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \cdots + a_n x_n^2$ ($a_i > 0$) 在条件

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = c \quad (x_i > 0, i = 1, \cdots, n)$$

限制下的最小值.

九、(本题满分 10 分)

z 为 x, y 的可微函数, 试将方程 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$ 变成 $w = w(u, v)$ 的方程. 假设

$$x = u, y = \frac{u}{1+uv}, z = \frac{u}{1+uw}.$$

十、(本题满分 15 分)

计算积分 $I = \iiint_V x dx dy dz$, 区域 V 由三个坐标平面及平面 $x + 2y + z = 1$ 围成.

十一、(本题满分 15 分)

设 $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots \geq 0$, 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则 $na_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$).

十二、(本题满分 10 分)

计算 $\iint_S (x + y + z) dS$, S 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geq 0$.

十三、(本题满分 10 分)

设 $F(y) = \int_a^b f(x) |y - x| dx$, 其中 $a < b$, 而 $f(x)$ 为可微函数, 求 $F''(y)$.