

360  
河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

一、选择题 (共 15 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、要使函数  $f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处有连续导数, 则应取 (①)。

A.  $n=0$       B.  $n=1$       C.  $n=2$       D.  $n \geq 3$

2、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx =$  (②)

A. 2      B.  $\pi$       C.  $\frac{\pi}{2}$       D. 0

3、级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$  的收敛区间是 (③)  $[-1, 1]$

A.  $(-1, 1)$       B.  $[-1, 1)$       C.  $(-1, 1]$       D.  $[-1, 1]$

4、若  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的某个邻域内 (④)  $\nabla f(x, y) \neq 0$ , 则  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处可微。

A. 连续    B. 有界    C. 存在两个偏导数    D. 存在连续的一阶偏导数

5、微分方程  $y'' + 2y' + 5y = 0$  的通解为 (⑤)  $e^{-x} \sin 2x$

A.  $y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$     B.  $y = e^{-x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

C.  $y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$     D.  $y = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

二、填空题 (共 15 分, 每题 3 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} t^2 dt}{x^3} =$  (①)  $\frac{1}{3}$

## 河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

2.  $y = y(x)$  由方程  $e^{xy} + \cos(xy) = 0$  确定, 则  $\frac{dy}{dx} =$  ②  $\frac{y \sin xy - e^{xy}}{e^{xy} - \sin xy}$

3. 交换累次积分的次序  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy =$  ③  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$

4. 设  $f(2) = 4$ ,  $\int_0^2 f(x) dx = 1$ , 则  $\int_0^2 xf'(x) dx =$  ④ 8

5. 设  $L$  是  $x^2 + y^2 = 1$  的下半圆周, 则曲线积分  $\int_L (x^2 + y^2) ds$  的值为 ⑤

三、解答下列各题 (共 100 分, 每小题 10 分)

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x^2} - \cot^2 x \right)$ .

2. 设  $\begin{cases} x = t - \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

3. 求函数  $f(x) = \frac{1}{x} \ln^2 x$  的单调区间与极值点.

4.  $\int x(\ln x)^2 dx$ .

5.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin 2x} dx$ .

6. 已知  $f$  具有二阶连续偏导,  $z = f(x^2 + y^2, xy)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

7. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{|y-x^2|} dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ .

# 河北大学 2009 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [B]

适用专业	考试科目	考试时间
理论物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、光学、环境工程、环境科学、微电子学与固体电子学	360 高等数学	

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

8、某工厂生产两种型号的机床, 其产量分别为  $x$  台和  $y$  台, 成本函数为

$$c(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy \quad (\text{万元})$$

若市场调查分析, 共需两种机床 8 台, 求如何安排生产, 总成本最少? 最小成本为多少?

9、设  $L$  是圆域  $D: x^2 + y^2 \leq -2x$  的正向边界, 计算曲线积分

$$\oint_L (x^3 - y)dx + (x - y^3)dy$$

10、求微分方程  $y'' - 5y' + 6y = (x+1)e^{4x}$  的通解。

四、(10 分)

设有曲线  $y = 4x^2$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 和直线  $y = c$  ( $0 < c < 4$ )。记它们与  $y$  轴所围图形的面积为  $A_1$ ; 它们与直线  $x = 1$  所围图形的面积为  $A_2$ 。问  $c$  为何值时, 可使  $A = A_1 + A_2$  最小? 并求出  $A$  的最小值。

五、(10 分)

证明: 当  $e < a < b < e^2$  时,  $\ln^2 b - \ln^2 a > \frac{4}{e^2}(b-a)$ 。