河北大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：[B]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	823	高等代数与解析几何

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

一、解析几何部分（50 分）

1、（10 分）求通过直线$\begin{cases} x-4y+5z-10=0 \\ 2x+2y-3z-4=0 \end{cases}$且与直线$x=y=-z$平行的平面方程.

2、（10 分）求点$(1,-2,-1)$向直线$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$所作的垂线方程.

3、（10 分）讨论下列三个平面的位置关系$\begin{cases} \pi_1: x+a_1y+a_1^2z+a_1^3=0 \\ \pi_2: x+b_1y+b_1^2z+b_1^3=0 \\ \pi_3: x+c_1y+c_1^2z+c_1^3=0 \end{cases}$.

4、（10 分）求过单叶双曲面$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{9}=1$上的点$(2,3,3)$的直母线方程.

5、（10 分）求$l_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{0}$绕$l_2:x=y=z$旋转得到的旋转曲面的方程. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0.$

二、高等代数部分(100 分)

6、（10 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & a_1 & & & & \\ -1 & 1-a_1 & a_2 & & & \\ & -1 & 1-a_2 & \ddots & & \\ & & -1 & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1-a_{n-1} & a_n \\ & & & & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}$（其余位置是零）.

7、（10 分）证明$f(x)=x^4+x+1$在有理数域上不可约.

8、（15 分）设ξ是非齐次线性方程组$AX=\beta(\beta\neq 0)$的一个解，$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_r$是其导出组$AX=0$的一个基础解系，证明：

（1）$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_r,\xi$线性无关；（2）$\eta_1+\xi,\eta_2+\xi,\cdots,\eta_r+\xi,\xi$线性无关；

河北大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

卷别：[B]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
基础数学、应用数学、运筹学与控制论	823	高等代数与解析几何

特别声明：答案一律答在答题纸上，答在本试卷纸上无效。

(3) 方程组 $AX=\beta(\beta\neq 0)$ 的任意一个解都是 $\eta_1+\xi,\eta_2+\xi,\cdots,\eta_r+\xi,\xi$ 的线性组合.

9、(15 分) 设实矩阵 A,B 是正交矩阵，则 (1) $|A|=\pm 1$；(2) AB 也是正交矩阵；(3) 矩阵 A 的实特征值只有 ± 1.

10、(10 分) 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&c&3&1\\0&2&b&2\\0&0&3&a\\0&0&0&3\end{pmatrix}$，(1) 求出矩阵 A 的特征值；(2) 问 a,b,c 取何值时，矩阵 A 可对角化？

$\begin{pmatrix}0&-c&-3&-1\\0&0&-b&-2\\0&0&-1&-a\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$ $c=0$ $\left\{ a=0\right.$，b 可取任意值.

11、(10 分) 设实对称矩阵 A 满足 $A^2-3A+2E=0$，证明：(1) 矩阵 A 的特征值只有 2 或 1；(2) 求解 $-A^2+6A+E$ 的特征值并证明 $-A^2+6A+E$ 是正定矩阵.

12、(20 分) 设 $R^{2\times 2}$ 是 2 阶实方阵构成的线性空间，实二次函数为 $(A,B)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}a_{ij}b_{ij}$，(1) 证明：$(A,B)$ 是 $R^{2\times 2}$ 上的内积；(2) 证明 $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$ 是欧氏空间 $R^{2\times 2}$ 的一组基；(3) 从 (2) 中的基构造一组标准正交基.

13、(10 分) 证明：数域 P 上 n 阶反对称矩阵的全体构成 $P^{n\times n}$ 的子空间 W，并求解子空间 W 的基与维数.