

河北大学 2012 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学、计算数学	624	数学分析

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

第一部分

一、计算题 (共 30 分, 每小题 10 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 已知: $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_{n+1} = \frac{n+2}{2n+3}x_n$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

3. 求 $\int \frac{1}{x\sqrt{4-x^2}} dx$.

二、证明题 (共 30 分, 每小题 10 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

4. 求证: $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$ ($x > 0$).

5. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $f(a) = f(b) = 0$, $f'(a) = \sqrt{a^2+1}$, $f'(b) = \sqrt{b^2+4}$, 求证: $f(x)$ 在 (a, b) 内至少有一零点。

6. $f(x)$ 可导, 若 $f(x)$ 是偶函数, 求证: $f'(x)$ 是奇函数。

三、综合题 (共 15 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

7. 讨论 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^2+3n-2)^x}$ 的敛散性, 其中 $x > 0$ 。

河北大学 2012 年硕士研究生入学考试试卷

卷别: [A]

适用专业	考试科目代码	考试科目名称
数学, 计算数学	624	数学分析

特别声明: 答案一律答在答题纸上, 答在本试卷纸上无效。

第二部分

一、计算题 (共 45 分, 每小题 15 分)

1. 已知: $x(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t f(s) \sin \omega(t-s) ds$, $f(t)$ 于 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 求 $x''(t)$ 。

2. 已知曲面 $S: z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 1, \vec{f} = (0, 0, x^2)$, 求 $I = \iint_S \vec{f} d\vec{S}$, 积分取 S 的上侧。

3. 求: $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy$ 。

二、综合题 (共 30 分, 每小题 15 分)

4. 求: $I = \iiint_S \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) d\vec{S}$, 其中 S 是封闭曲面, $(0, 0, 0)$ 为其所围, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

5. 选择合适的积分路径, 求势函数 $\varphi(x, y)$, 满足: $\varphi_x = 4x^3y^3 - 3y^2 + 5$,
 $\varphi_y = 3x^4y^2 - 6xy - 4$ 。