

2009 年硕士研究生复试考试试卷

科目名称: 913 数值分析

共 2 页

一、(15)

求一个四次多项式 $g(x)$ 满足下列条件

x	0	1
$f(x)$	1	1
$f'(x)$	-1	7
$f''(x)$	0	

二、(15)

求函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 在 $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ 上的一次最佳平方逼近多项式, 其中

$$\Phi = \text{span}\{1, x\}.$$

三、(10)

确定下面求积公式中的待定参数, 使其代数精度尽量高。并指出其所具有的代数精度。

$$\int_0^h f(x) dx \approx \frac{h}{2}(f(0) + f(h)) + ah(f'(0) - f'(h))$$

四、(15)

已知 $y(x)$ 函数表, 利用 Simpons 公式求 $y(x)$ 和直线 $x = 0.2$ 和 $x = 0.6$ 之间的面积。

x	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y	1.221403	1.349859	1.491825	1.648721	1.822119

五、(15)

用梯形方法解初值问题

$$\begin{cases} y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

证明其近似解为

$$y_n = \left(\frac{2-h}{2+h}\right)^n$$

并证明当 $h \rightarrow 0$ 时, 它收敛于原初值问题的准确解 $y = e^{-x}$ 。

六、(15)

考虑下述修正的牛顿公式

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{D_n}, \quad D_n = \frac{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}{f(x_n)}, \quad n \geq 0$$

假定 $f'(x^*) \neq 0$, 证明它对单根是一个二阶方法。

七 (15) 七、(15 分)

设 A 为对称正定矩阵, 考虑迭代格式

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \omega \left[\frac{A}{2} (x^{(k+1)} + x^{(k)}) - b \right], \quad \omega > 0$$

求证:

(1) 对任意初始向量 $x^{(0)}$, $\{x^{(k)}\}$ 均收敛;

(2) $\{x^{(k)}\}$ 收敛到 $Ax = b$ 的解。

0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	x
0.115281	1.042751	1.401852	1.749859	1.931403	y