

2009 年硕士研究生复试考试试卷

科目名称: 915 概率论与数理统计 共 1 页

- 一. (10 分) 设在一个盒子内有 50 张彩票, 其中只有一张奖票。50 人排队依次抽奖 (抽后不放回), 求第一、二、三个人中奖的概率。
- 二. (10 分) 设系数 m, n 取得 $[-1, 1]$ 内的任一个值是等可能的, 求二次方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的两个根都是实数的概率。
- 三. (15 分) 在 $(0, a)$ 线段上任意抛两个点 (抛掷的两点的位置在 $(0, a)$ 上独立地服从均匀分布) 试求两点之间的距离的分布函数。
- 四. (15 分) 设 ξ 在 $[0, \pi]$ 上服从均匀分布, 求 $\eta = \sin \xi$ 的概率密度。
- 五. (15 分) 设连续型随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{当 } x \leq -1 \\ a + b \arcsin x, & \text{当 } -1 < x \leq 1 \\ 1, & \text{当 } 1 < x \end{cases}$$

求: $a, b, E(\xi), D(\xi)$

- 六. (15 分) 设二维随机变量 (ξ, η) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 求 (ξ, η) 的边缘概率密度, 2) 求 $P\left\{\eta < \frac{1}{2} \mid \xi < \frac{1}{2}\right\}$

- 七. (10 分) 设 ξ 的母函数为 $\psi(s)$, 求当 $n = 0, 1, 2, \dots$ 时, 数列 $q_n = P(\xi \leq n)$ 所对应的母函数。
- 八. (10 分) 设 ξ_n 服从参数为 n, p_n 的二项分布, 若当 $n \rightarrow \infty$ 时 $np_n \rightarrow \lambda$, 用特征函数法证明 $\{\xi_n\}$ 的极限分布是参数为 λ 的泊松分布。