

2011 年硕士研究生入学初试试题

科目代码: 818 科目名称: 量子力学

注: (1) 本试题共 1 页。

(2) 请按题目顺序在标准答题纸上作答, 答在题签或草稿纸上一律无效。

一. 一维有限深方势阱的势能函数为 $V(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ V_0, & |x| > a \end{cases}$ 其中 V_0 和 a 为大于零的

常数。求势阱中束缚态能级满足的方程, 并求至少出现一个奇宇称束缚态能级时 V_0 和 a 满足的条件。(30 分)

二. $H = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{pmatrix}$ (其中 a, b 为实数 $|a|, |b| \ll |E_1^{(0)}|, |E_2^{(0)}|$, 可以看做微扰)

(1) $E_1^{(0)} \neq E_2^{(0)}$ 时使用非简并微扰的方法求本征值的精确到二级微扰的表达式。

(2) $E_1^{(0)} = E_2^{(0)}$ 使用简并微扰的方法求本征值精确到一级微扰的表达式。

(3) 求 H 本征值的严格解。(35 分)

三. 证明总角动量算符 $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ 与自旋轨道耦合哈密顿量 $H' = \xi(r)\vec{l} \cdot \vec{s}$ 对易,

其中 \vec{l}, \vec{s} 分别为轨道角动量和自旋角动量算符。(提示: 只需对一个分量进行证明即可)(20 分)

四. 粒子自旋与 z 方向的匀强磁场互相作用哈密顿量为 $H = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \hbar\omega\sigma_z$, 在 σ_z

表象下初始时刻 $t=0$ 时自旋波函数为 $\chi(0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 求 (1) $t=0$ 测量 σ_y 的可能取

值和相应概率 (2) t 时刻自旋波函数以及 t 时刻测量 σ_y 的取值和相应概率。(35 分)

五. 证明力学量 F 的期望值随时间变化的规律为 $\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{1}{i\hbar}\langle [F, H] \rangle + \left\langle \frac{\partial F}{\partial t} \right\rangle$, 并

利用结果证明 $\frac{d\langle x \rangle}{dt} = \left\langle \frac{p_x}{m} \right\rangle$ 其中哈密顿量 $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r})$ (30 分)