

# 河北工业大学 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B]

科目名称 量子力学 (I) 科目代码 811 共 2 页

适用专业 理论物理、生物物理学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上无效。

一、简答题 (每小题 10 分, 共 50 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 在微观世界, 不能用广义坐标和广义动量来描述体系的状态, 只能用波函数来描述体系的状态, 为什么?
2. 什么是厄米算符? 解释为什么量子力学中的力学量必须用厄米算符来表示。
3. 什么是束缚态? 什么情况下量子系统具有分立能级? 简要解释一下。
4. 应用微扰法的限制条件是什么? 写出用非简并微扰法解题的基本步骤。
5. 写出全同性原理。什么是费米子? 什么是玻色子?

二、填空题 (共 25 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 波函数的标准条件 (三个基本条件) 是\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 波函数归一化条件的物理意义是\_\_\_\_\_。(5 分)

2. 光的波粒二象性指的是\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_。(3 分)

3. 单粒子薛定谔方程: \_\_\_\_\_

多粒子薛定谔方程: \_\_\_\_\_

单粒子哈密顿算符的本征值方程 (定态薛定谔方程): \_\_\_\_\_。(6 分)

4. 一维线性谐振子的能级表达式\_\_\_\_\_。(2 分)

5. 对应于  $L^2$  和  $L_z$  算符的角量子数为  $l$ 、磁量子数  $m$ 。对给定的  $l$  值,  $m$  取值的数目为

\_\_\_\_\_, 其取值为 \_\_\_\_\_。(4 分)

6. 已知一粒子的波函数为  $\psi(x) = \sqrt{\frac{1}{a}} \cos \frac{3\pi x}{2a}$ ,  $-a \leq x \leq a$ , 则  $x = -a, a, \frac{a}{2}, \frac{2a}{3}, \frac{5a}{6}$  处的几率密度分别为\_\_\_\_、\_\_\_\_、\_\_\_\_、\_\_\_\_、\_\_\_\_。(5分)

三、计算题(每小题 15 分, 共 75 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 质量为  $m$  的粒子在宽度为  $a$  的一维无限深势阱 ( $0 < x < a$ ) 中运动。已知基态波函数:

$$\psi_1(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}, & 0 < x < a, \\ 0, & x \leq 0, x \geq a. \end{cases}$$

算出  $x$ ,  $p_x$ ,  $xp_x$  三个物理量在基态的平均值。

2. 氢原子处于基态时, 基态波函数  $\psi_{100}(r)$  可以用动量本征函数  $\psi_{\vec{p}}(\vec{r})$  展开:

$$\psi_{100}(r) = \int c_{\vec{p}} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}) d\vec{p}$$

展开的几率幅  $c_{\vec{p}} = \int \psi_{\vec{p}}^*(\vec{r}) \psi_{100}(r) d\vec{r}$ , 且

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}, \quad \psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}}$$

求氢原子处于基态时, 电子动量的几率分布函数  $|c_{\vec{p}}|^2$ 。

3. 一个体系由两个全同的玻色子组成, 玻色子之间无相互作用。单粒子“轨道”状态只有三种:  $\psi_a(\vec{r})$ ,  $\psi_b(\vec{r})$ ,  $\psi_c(\vec{r})$ 。问体系可能的状态有几个? 它们的波函数怎样用单粒子波函数构成? 若体系由自旋为  $\frac{\hbar}{2}$  两个全同的费米子组成, 粒子之间无相互作用。单粒子“轨道”状态仍只有三种:  $\psi_a(\vec{r})$ ,  $\psi_b(\vec{r})$ ,  $\psi_c(\vec{r})$ 。则体系可能的状态有几个?

4. 由薛定谔方程推导出连续性方程:  $\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ , 其中几率密度  $w = \Psi^*(r, t) \Psi(r, t)$ ,

$$\text{几率流 } \mathbf{J} = \frac{i\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi).$$

5. 证明厄米算符属于不同本征值的本征函数彼此正交。