

河北工业大学 2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A] 卷

科目名称 量子力学 (II)

科目代码 881 共 2 页

适用专业 材料物理与化学、材料学

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上无效。

一. 填空题 (共 25 分, 每题 5 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 光具有波粒二象性。人们是通过_____和_____两个关系式将光的波动性和粒子性联系起来的。两个等式的物理含义是:_____。
2. 阱宽为 a 的一维无限深势阱, 阱宽扩大一倍, 粒子质量缩小一倍, 则能级间距将_____倍。(请填写扩大或缩小及相应的倍数)
3. 单粒子量子态为 $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ 的两个费米子组成体系的波函数为:_____。
4. 在量子力学中, 体系的量子态用 Hilbert 空间中的_____来描述。而力学量用_____来描述。力学量算符必须为_____算符, 以保证其_____为实数。
5. 波函数的标准条件是:_____。什么是定态? 定态有什么性质?

二. 简答题 (共 30 分, 每题 10 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 指出下列实验中, 哪些实验表明了辐射场的粒子性? 哪些实验主要证明能量交换的量子性? 哪些实验主要表明物质粒子的波动性? 简述理由。(1) 光电效应, (2) 黑体辐射, (3) Compton 散射, (4) Davission-Germer 实验 (电子在晶体中发生衍射), (5) Frank-Hertz 实验。
2. 量子力学中描述电子状态的量子数一共有几个? 分别是什么? 并阐述它们的物理意义。
3. 量子力学中什么是表示力学量的算符? 什么是算符的本征值、本征函数和本征值方程。量子力学中的算符是如何从经典力学中获得的?

三. 证明题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 证明 1) 自由粒子的动量是运动恒量; 2) 粒子的角动量平方和角动量分量在势场中守恒 (设势函数为 $U(\mathbf{r})$)。
2. 粒子在一维势场 $V(x)$ 中运动, 请证明: 属于不同能级的束缚态波函数相互正交。

四. 计算题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 一维谐振子的哈密顿算符为:

$$H = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

x 与 p 满足基本对易关系: $[x, p] = xp - px = i\hbar$ 引入无量纲算符:

$$Q = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x, \quad P = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} p, \quad a = \frac{1}{\sqrt{2}} (Q + iP), \quad a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (Q - iP)$$

请计算 $[Q, P]$, $[a, a^+]$, $[a, a^+ a]$, $[a^+, a^+ a]$, 并将哈密顿算符 H 用 a 和 a^+ 表示。

2. 有一定域电子（作为近似模型，不考虑轨道运动）受到均匀磁场 B 作用，磁场指向 x 轴正方向，相互作用势 $\hat{H} = \frac{eB}{\mu c} \hat{S}_x$ ，设 $t=0$ 时电子自旋方向朝上，即 $s_z = \hbar/2$ ，求 $t>0$ 时自旋 \hat{S} 的平均值。

五. 论述推导题（共 25 分。答案一律写在答题纸上，否则无效。）：

1. 请论述微扰论的基本思想内容，并运用这一思想推导非简并态能级的二级微扰修正公式。推导过程需用下列假设。

设 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}$ ， \hat{H} 为微扰项。 \hat{H} 的本征函数、本征值表示成：

$$\psi_n = \psi_n^{(0)} + \psi_n^{(1)} + \psi_n^{(2)} + \psi_n^{(3)} + \dots$$

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)} + E_n^{(3)} + \dots$$

式中右边各项分别表示零级近似、一级修正、二级修正、三级修正等等，规定 $\psi_n^{(0)}$ 是归一化的（ ψ_n 未归一化），并规定波函数的各修正项中不再包含 $\psi_n^{(0)}$ ，即各修正项均和 $\psi_n^{(0)}$ 正交。已知 ψ 的一级修正

为： $\psi_n^{(1)} = \sum_k \frac{\hat{H}_{kn}}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} \psi_k^{(0)}$ 其中 $\hat{H}_{kn} = \langle \psi_k^{(0)} | \hat{H} | \psi_n^{(0)} \rangle$