

河北工业大学 2012 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A] 卷

科目名称 量子力学

科目代码 811 共 2 页

适用专业、领域 理论物理, 凝聚态物理, 光学, 生物物理学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

1. 什么是角量子数、磁量子数? 写出相应的本征值方程及二者的取值关系。(10 分)

2. (a) 写出波函数应满足的三个基本条件。(b) 设平面波具有如下一般形式:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

其中 A 为常数, k 和 ω 满足 $\omega = \hbar k^2 / 2m$ 。(1) 试验证平面波满足自由粒子薛定谔方程。(2) 解释为什么说平面波不能严格代表一个自由粒子。(20 分)

3. (a) 简述量子力学中态的叠加原理。(b) 设波函数 ψ_1 和 ψ_2 是两个能量本征态, 对应的能量

本征值分别为 E_1 和 E_2 , 且 $E_1 \neq E_2$ 。若体系处于叠加态 $\psi = \frac{1}{2}\psi_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\psi_2$, 问(1)此时测量体系的能量会得到什么结果?(2)此时体系是否具有确定的能量值?(20 分)

4. 一个一维谐振子具有质量 m 和势能 $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 。(a) 写出该系统的定态薛定谔方程。

(b) 写出其能量表达式并解释什么是零点能。(c) 已知谐振子能级跃迁的选择定则是 $\Delta n = \pm 1$, 试推测谐振子光谱的结构。(20 分)

5. (a) 利用坐标和动量之间的对易关系证明角动量算符满足如下关系: $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$,

$[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$, $[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y$ 。(b) 利用(a)的结果证明 $[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$, 其中 $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$ 。(20 分)

6. (a) 写出厄米算符的定义。(b) 证明厄米算符的本征值是实数。(c) 解释为什么量子力学中的力学量要用厄米算符来表示。(20 分)

7. (a) 自旋角动量与其它力学量的根本差别是什么? (b) 写出乌伦贝克和哥德斯密特关于电子自旋的假设。(c) 什么是自旋单态和三重态? (20 分)

8. 一个质量为 m 的粒子置于宽度为 a 的无限深势阱中:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{其它} \end{cases}$$

求该系统的能量本征值。 (20 分)