

1999 年天津大学量子力学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

每题 20 分。

1. 设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21} Y_{11}(\theta, \varphi) + \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21} Y_{1-1}(\theta, \varphi)$$

求氢原子能量, 角动量平方及角动量 z 分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。

2.

a), 求: $[f(x), \hat{p}_x] = ?$

b), 求: $[L_z, y] = ?$

c), 若电荷为 e 的粒子在恒定磁场 \vec{B} 中运动, 其速度为 $\vec{v} = \frac{1}{\mu} (\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A})$, 式

中 \vec{A} 为磁场矢量势, \vec{p} 是粒子的电磁动量, μ 为粒子的质量。证明粒子的速度分量间的对易关系是:

$$v_x v_y - v_y v_x = \frac{e}{\mu c} H_z$$

$$v_y v_z - v_z v_y = \frac{e}{\mu c} H_x$$

$$v_z v_x - v_x v_z = \frac{e}{\mu c} H_y$$

3. 如果不把类氢原子的核看成点电荷, 而看成半径为 r_0 的均匀带电的小球

a), 写出这种模型的作用势及微扰哈密顿量。

b), 试计算这种效应对类氢原子基态能量的一级修正。

注: 氢原子基态波函数为 $\psi_{100} = \sqrt{\frac{1}{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$, $a \approx 10^{-10} \text{ cm}$

$$\int_0^b y^m e^{-\gamma y} dy = -e^{-\gamma b} [b^m + m b^{m-1} + m(m-1) b^{m-2} + \dots + m!]$$

4.

a), 试写出两自旋为 $1/2$ 的全同粒子系的自旋波函数, 并说明它们的对称性与 \hat{S}^2 和 S_z 的本征值。(其中: $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$)

b), 两自旋为 $1/2$ 的全同粒子系, 其自旋算符为 \hat{S}_1 与 \hat{S}_2 , 其相互作用能为

$$\hat{H}_1 = A(\hat{S}_{1x} + \hat{S}_{2x}) + B(\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2)$$

试求它的本征函数与本征值。

5. 在氢原子基态 $\psi_{100} = \sqrt{\frac{1}{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$ 下求

991486

a), r 的平均值;

b), 势能 $(-\frac{e^2}{r})$ 的平均值;

c), 最可见的半径;

d), 动能的平均值;

www.kaoyan.com