

1999 年南开大学概率统计考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1. 某电话台呼唤时间 T , 是一个随机变量, 满足
(15%)
$$P(T > t) = \begin{cases} \alpha e^{-\lambda t} + (1-\alpha)e^{-\mu t}, & t \geq 0 \\ 1, & t < 0 \end{cases}$$

其中 $0 \leq \alpha \leq 1$, $\lambda > 0$, $\mu > 0$ 为常数, 求 T 的期望与方差.

2. 设 (X, Y) 在 $x^2 + y^2 \leq R^2$ 上服从均匀分布, 试问:
(15%) (1) X, Y 是否独立; (2) X, Y 是否相关.

3. 试证, 对于任何连续型随机变量, 均有
(15%)
$$EY = \int_0^{\infty} P(Y > y) dy - \int_0^{\infty} P(Y < -y) dy$$

4. 设 $\{X_k\}$ 是独立随机变量序列, 且 X_k 服从 $N(0, 2^{-k})$, 试
(20%) 证 $\{X_k\}$ 成立中心极限定理, 但不满足林德伯格条件.

5. 设一有限总体, 每个个体对应两个标志值, 即 $\pi_N = \left\{ \begin{pmatrix} Y_1 \\ X_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Y_2 \\ X_2 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} Y_N \\ X_N \end{pmatrix} \right\}$, 其中 X_i 是一辅助变量, 且 $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ 已知.
(20%) 今先从 N 个个体中按 X_1, \dots, X_N 成比例地抽取一个样本点, 以后随机抽取 $n-1$ 个样本点, 令 $Y = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$, 求证 $\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i$ 的无偏估计是 $Y\bar{X}$.

6. 设 X 服从均匀分布: $R(0, \theta)$, (X_1, \dots, X_n) 是来自 X
(15%) 的一个简单样本, $0 < \theta < +\infty$ 一个未知常数, 求 θ 的一致最小方差无偏估计量.