

## 1999 年南开大学数理统计考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

### 一、填空题（本题共10小题，20个空，满分40分）

1. 假设  $X_1, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的简单随机样本，则统计量  $Y = 2X_1 / \sqrt{X_2^2 + \dots + X_n^2}$  服从参数为 \_\_\_\_\_ 的 \_\_\_\_\_ 分布。
2. 设  $(20.42\%, 22.21\%)$  和  $(20.56\%, 22.06\%)$  是比率  $p$  的两个双侧置信区间，置信度分别为 0.95 和 0.90，则  $p$  的置信度为 0.95 的两个单侧置信区间为  $(0, \quad)$  和  $(\quad, 1)$ 。
3. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本，则对于任意  $k > 0$ ， $EX^k$  的无偏估计量为 \_\_\_\_\_，它也是  $EX^k$  的 \_\_\_\_\_。
4. 方差分析法是比较多个正态总体  $N(\mu_1, \sigma_1^2), \dots, N(\mu_m, \sigma_m^2)$  的统计分析方法，其前提条件是 \_\_\_\_\_，其检验的基本假设是  $H_0: \quad$ 。
5. 设  $X_1, \dots, X_{10}$  是来自正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本，修正样本方差  $S^2 = 0.10$ ，则检验假设  $H_0: \sigma^2 \leq 0.06$  使用的统计量为 \_\_\_\_\_，它服从自由度为 \_\_\_\_\_ 的 \_\_\_\_\_ 分布，在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下，应 \_\_\_\_\_ 假设  $H_0$ 。
6. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_{10}$  是来自  $X$  的简单随机样本， $\bar{X}$  是样本均值， $S^2$  是修正样本方差，则检验假设  $H_0: \mu \geq 3$  使用的统计量是 \_\_\_\_\_，其水平  $\alpha = 0.01$  的否定域为 \_\_\_\_\_。
7. 设  $X_1, \dots, X_{10}$  是来自正态总体  $X \sim N(\mu, 2^2)$  的简单随机样本， $\bar{X}$  为样本均值，常数  $c$  满足  $P\{\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 > c\} = 0.90$ ，则  $c = \quad$ 。
8. 抽样调查1600名分流人员，青年人有1024人，利用正态近似可得分流人员中青年人所占比重0.95的置信区间为 \_\_\_\_\_。

9. 假设总体  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 自  $X_1$  和  $X_2$  分别抽取容量为  $n_1 = 21$ ,  $n_2 = 11$  的简单随机样本, 修正样本方差分别为  $S_1^2 = 36$ ,  $S_2^2 = 64$ , 则检验假设  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  使用的统计量是 \_\_\_\_\_, 其值为 \_\_\_\_\_, 在水平  $\alpha = 0.10$  下, 应 \_\_\_\_\_ 假设  $H_0$ .
10. 假设  $X$  和  $Y$  的联合分布是正态的, 对  $(X, Y)$  的 4 次独立联合观测结果为  $(118, 101)$ ,  $(121, 99)$ ,  $(122, 102)$ ,  $(119, 98)$ , 则  $X - Y$  的方差的无偏估计值为 \_\_\_\_\_.

## 二、(本题满分12分)

根据某汽车销售公司 100 天销售汽车的统计资料, 得经验 (样本) 分布函数:

$$F_n(x) = \frac{v_n(x)}{n} = \begin{cases} 0, & \text{若 } x < 2; \\ 0.20, & \text{若 } 2 \leq x < 3; \\ 0.50, & \text{若 } 3 \leq x < 4; \\ 0.85, & \text{若 } 4 \leq x < 5; \\ 1, & \text{若 } x \geq 5, \end{cases}$$

其中  $v_n(x)$  是 100 天中日销售汽车辆数不大于  $x$  的天数. 试求: 日销售汽车数量的平均数、中位数、众数、极差和标准差.

## 三、(本题满分12分)

设总体  $X$  在  $(0, \theta)$  上服从均匀分布, 其中  $\theta$  未知;  $X_1, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个简单随机样本. 记  $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ .

试证明:

$$\hat{\theta} = \frac{n+1}{n} X_{(n)} \quad \text{是 } \theta \text{ 的无偏估计量.}$$

## 四、(本题满分12分)

设总体 $X$ 服从二项分布, 参数为 $(M, p)$ , 其中 $M$ 已知,  $X_1, \dots, X_n$ 是来自总体 $X$ 的一个简单随机样本, 试求 $p$ 的最大似然估计.

## 五、(本题满分12分)

设总体有标号为 $1, 2, \dots, \theta$ 的 $\theta$ 个个体. 现从中进行 $n$ 次还原抽样, 得样本 $X_1, \dots, X_n$ , 求 $\theta$ 的矩估计量.

## 六、(本题满分12分)

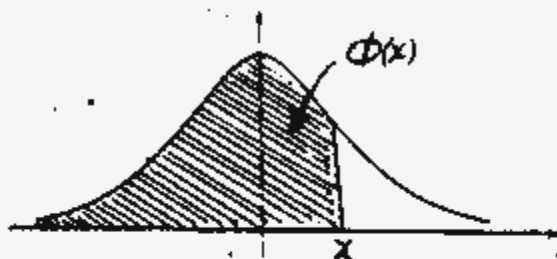
对某市三个居民区抽样调查500名成年人, 得统计资料如下:

居民小区	大 学	大 专	高 中	合 计 <del>高中以下</del>
甲	52	64	24	140
乙	60	59	62	171
丙	50	65	74	189
合 计	162	188	150	500

调查者能否作出结论: 居民文化程度与居住地区无关 ( $\alpha = 0.10$ ),  $p$  值是多少.

附表 1 标准正态分布函数  $\Phi(x)$  值表

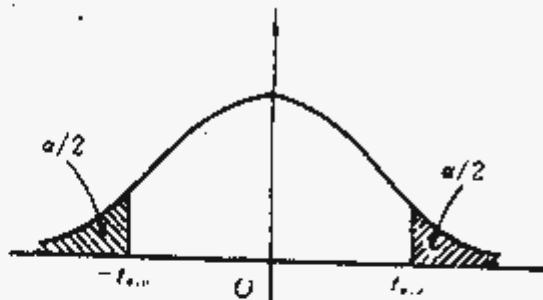
$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$



$x$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8079	.8106	.8133
9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9430	.9441
6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
8	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
$\Phi(4.0) = 0.999968329$				$\Phi(5.0) = 0.9999997134$				$\Phi(6.0) = 0.9999999990$		

附表 6  $t$  分布双侧分位数  $t_{\alpha/2}$  表

(v——自由度)



$\alpha$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	127.32	318.31	636.62
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	14.09	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	7.45	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.30	5.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	3.93	4.77	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	4.32	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	2.99	3.50	4.03	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	3.83	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	3.69	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	3.58	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	3.50	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.43	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.37	3.85	4.22
14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.33	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.29	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.25	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.22	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.20	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.17	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.15	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.14	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.12	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.10	3.49	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.09	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.08	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.07	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.06	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.05	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.04	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.03	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	2.97	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	2.91	3.23	3.46
80	1.29	1.66	1.99	2.37	2.64	2.89	3.20	3.42
100	1.29	1.66	1.98	2.36	2.63	2.87	3.17	3.39
200	1.29	1.65	1.97	2.35	2.60	2.84	3.13	3.34
$\infty$	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291



附表 7  $F$  分布上侧分位数  $F_{\alpha}(f_1, f_2)$  表  
( $f_k$ ——第  $k$  自由度,  $k=1, 2$ )

$\alpha=0.05$

$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	245.95
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.39	19.40	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.92
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.75
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.67

附表 5  $\chi^2$  分布上侧分位数 ( $\chi^2_{\alpha, \nu}$ ) 表 ( $1 \leq \nu$ )

(当  $\nu \geq 45$  时, 可使用近似公式:

$$\chi^2_{\alpha, \nu} \approx \begin{cases} \frac{1}{2} (\sqrt{2\nu-1} + u_{\alpha/2})^2, & \alpha \leq 0.5; \\ \frac{1}{2} (\sqrt{2\nu-1} + u_{1-\alpha/2})^2, & \alpha \geq 0.5; \end{cases}$$

其中  $u_{\alpha}$  是  $N(0, 1)$  的双侧分位数)

$\nu \backslash \alpha$	0.995	0.990	0.975	0.95	0.90	0.70	0.50	0.30	0.10	0.05	0.01
1	$4 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-4}$	0.001	0.004	0.016	0.148	0.455	1.074	2.706	3.841	5.024
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	0.713	1.386	2.408	4.605	5.991	7.378
3	0.074	0.078	0.076	0.083	0.097	0.216	0.584	1.213	2.366	3.219	4.108
4	0.082	0.086	0.084	0.090	0.102	0.237	0.609	1.259	2.472	3.357	4.299
5	0.085	0.089	0.087	0.093	0.104	0.250	0.625	1.273	2.501	3.397	4.351
6	0.087	0.091	0.089	0.095	0.106	0.262	0.639	1.286	2.518	3.410	4.371
7	0.089	0.093	0.091	0.097	0.108	0.273	0.651	1.298	2.531	3.429	4.381
8	0.090	0.094	0.092	0.098	0.109	0.283	0.662	1.310	2.542	3.438	4.390
9	0.091	0.095	0.093	0.099	0.110	0.293	0.673	1.321	2.552	3.447	4.398
10	0.092	0.096	0.094	0.100	0.111	0.303	0.683	1.331	2.561	3.455	4.406
15	0.094	0.098	0.096	0.102	0.113	0.320	0.700	1.358	2.599	3.486	4.441
20	0.096	0.100	0.098	0.104	0.115	0.337	0.718	1.386	2.639	3.517	4.479
30	0.098	0.102	0.100	0.106	0.117	0.353	0.735	1.413	2.678	3.548	4.515
40	0.099	0.103	0.101	0.107	0.118	0.369	0.752	1.440	2.717	3.579	4.551
50	0.100	0.104	0.102	0.108	0.119	0.385	0.769	1.467	2.756	3.610	4.587
60	0.101	0.105	0.103	0.109	0.120	0.400	0.785	1.493	2.795	3.641	4.623
70	0.102	0.106	0.104	0.110	0.121	0.415	0.801	1.519	2.834	3.672	4.659
80	0.103	0.107	0.105	0.111	0.122	0.430	0.817	1.545	2.873	3.703	4.695
90	0.104	0.108	0.106	0.112	0.123	0.445	0.833	1.571	2.912	3.734	4.731
100	0.105	0.109	0.107	0.113	0.124	0.460	0.849	1.597	2.951	3.765	4.767

